COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 FÉVRIER 1884.

PRÉSIDENCE DE M. ROLLAND.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie la perte douloureuse qu'elle vient de faire dans la personne de M. *Th. du Moncel*, Académicien libre, décédé le 16 février.

L'Académie décide que la séance sera levée, en signe de deuil, immédiatement après le dépouillement de la Correspondance.

ASTRONOMIE. — *Observations des petites planètes, faites au grand instrument méridien de l'Observatoire de Paris, pendant les troisième et quatrième trimestres de l'année* 1883. Communiquées par M. **Mouchez**.

Dates. 1883.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite.	Correction de l'éphémér.	Distance polaire.	Correction de l'éphémér.
		(202) Chryséis.			
	h m s	h m s	s	° ′ ″	″
Juill. 9....	9.51.30	17. 1.25,01	»	102.59.33,2	»
		(58) Concordia.			
Juill. 6....	11. 6.44	18. 5. 2,40	+ 5,32	106. 9.58,9	— 0,8
9....	10.52.30	18. 2.35,24	+ 5,32	106.15.18,4	+ 0,6

Dates. 1883.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite.	Correction de l'éphémér.	Distance polaire.	Correction de l'éphémér.
	(234) BARBARA ([1]).				
	h m s	h m s	s	° ′ ″	″
Sept. 24....	9. 0.36	21.13.57,39	»	113.23.54,7	»
	(204) CALLISTO ([1]).				
Oct. 2....	10.37.25	23.22.34,80	+ 2,31	87.34.13,4	— 15,3
	(2) PALLAS.				
Oct. 26....	10.46.23	1. 6.11,98	— 1,38	108.46.27,2	— 2,7
31....	10.23.14	1. 2.41,96	— 1,28	109.36.46,0	— 2,4
Nov. 20....	8.55. 5	0.53. 9,69	— 0,91	111.33.39,6	— 2,5
23....	8.42.38 ([2])	0.52.30,03	— 0,90	»	»
27....	8.26.22	0.51.57,70	— 1,16	111.44.51,8	— 1,2
Déc. 1....	8.10.31 ([2])	0.51.50,09	— 0,91	111.45.12,7	— 0,7
6....	7.51.15	0.52.14,25	— 1,02	111.40. 0,4	— 2,2
7....	7.47.29	0.52.23,66	— 0,97	111.38.14,3	— 4,4
	(32) POMONE.				
Oct. 22....	11.21.58	1.26. 6,01	— 1,80	78.37.13,9	+ 13,0
26....	11. 2.55 ([2])	1.22.47,03	— 2,10	79. 4.45,3	+ 11,9
31....	10.39.21	1.18.51,44	— 1,95	79.38.30,0	+ 10,4
	(13) ÉGÉRIE.				
Oct. 22....	11.29.19	1.33.28,65	+ 0,73	89.36.53,5	— 15,4
31....	10.44.32	1.24. 3,10	+ 0,64	89.25.44,2	— 13,0
	(90) ANTIOPE.				
Oct. 26....	11.28.49	1.48.45,33	+ 1,62	»	»
31....	11. 5.20	1.44.54,40	+ 1,70	81.28.52,0	— 15,7
	(95) ARÉTHUSE.				
Nov. 7....	11.17.39	2.24.51,57	—67,41	67.29. 9,4	+120,6
10....	11. 3.38	2.22.37,54	—66,67	67.56.50,7	+124,4
20....	10.17.42	2.15.59,96	—64,03	69.30. 0,1	+128,4
23....	10. 4.15 ([2])	2.14.20,53	»	69.57.27,4	»
27....	9.46.37	2.12.25,76	»	70.32.42,3	»
Déc. 1....	9.29.21	2.10.53,01	»	71. 6.27,2	»
7....	9. 4.12	2. 9.18,97	»	71.53. 4,3	»

([1]) On n'a pu s'assurer si l'astre observé était bien la planète.

([2]) Observation douteuse, faite à travers les nuages.

Dates. 1883.	Temps moyen. de Paris.	Ascension droite.	Correction de l'éphémér.	Distance polaire.	Correction de l'éphémér
		(186) Céluta [1].			
	h m s	h m s	s	° ′ ″	
Déc. 7....	10.27.58	3.33.18,70	»	52.50.56,4	»
		(19) Fortuna.			
Nov. 27....	11.55.57	4.22. 7,38	+20,59	70. 8.38,4	— 36,5
Déc. 4....	11.21.21	4.15. 1,53	+20,53	70.31.10,3	— 36,7
5....	11.16.27 [2]	4.14. 2,93	+20,57	70.34.15,6	— 37,9
6....	11.11.33	4.13. 4,82	+20,24	70.37.16,3	— 41,1
7....	11. 6.40 [2]	4.12. 7,95	+20,21	70.40.18,8	— 39,8

» Les comparaisons de Pallas se rapportent à l'éphéméride du *Nautical Almanach;* celles de Callisto et d'Aréthuse, aux éphémérides publiées dans les n°s 211 et 214 des circulaires du *Berliner Jahrbuch;* toutes les autres se rapportent aux éphémérides du *Berliner Jahrbuch.*

» Les observations ont été faites par M. *Henri Renan.* »

STATIQUE CHIMIQUE. — *Sur les déplacements réciproques entre l'acide fluorhydrique et les autres acides;* par MM. **Berthelot** et **Guntz.**

« Les déplacements réciproques des acides dans leurs sels sont régis par la grandeur relative des chaleurs de formation : cette règle, établie par l'un de nous, peut être vérifiée en complète rigueur, pourvu que l'on fasse entrer en compte tous les composés, tels que hydrates, sels neutres, sels acides et sels doubles, susceptibles de prendre naissance dans les conditions des expériences; chacun d'eux étant pris dans le degré actuel de stabilité ou, s'il y a lieu, de dissociation qu'il éprouve individuellement, sous l'influence de la chaleur ou du dissolvant.

» Ce sont les sels acides en particulier qui déterminent d'ordinaire les partages, à cause de l'excès thermique résultant de leur formation. Les équilibres résultent de leur dissociation partielle par l'eau, s'ils sont dissous, ou par la chaleur, s'ils sont isolés.

» La prépondérance thermique de l'un des sels neutres peut être ainsi compensée par l'excès d'énergie dû à la formation soit du sel acide qui y

(1) On n'a pu s'assurer si l'astre observé était bien la planète.

(2) Observation douteuse faite à travers les nuages.

répond [bisulfate, bioxalate [1], etc.], soit du sel acide antagoniste [bichromate [2]], soit des deux à la fois. Si cet excès n'est pas suffisant, les acides les plus forts donnent seuls lieu à des équilibres (sulfates et acide chlorhydrique); tandis que les acides faibles n'entrent pas en balance [sulfates et acide acétique [3]]. Mais, s'il est assez considérable, il y a partage et équilibre entre un acide puissant et les acides même les plus faibles. L'acide fluorhydrique va nous en fournir la preuve.

» I. Soient les *acides fluorhydrique et chlorhydrique*, opposés l'un à l'autre dans leurs sels de potassium : cherchons d'abord le maximum thermique; pour cela, examinons les quantités de chaleur dégagées dans les quatre réactions possibles, en envisageant les corps antagonistes sous des états respectivement comparables [4] :

		Cal
$2HF$ gaz + $2KCl$ sol.	= $2KF$ solide + $2HCl$ gaz..........	− 22,0
»	= KF, HF sol. + KCl sol. + HCl gaz.	+ 10,0
$2HCl$ gaz + $2KF$ sol.	= $2KCl$ sol. + $2HF$ gaz...........	+ 22,0
»	= KF, HF sol. + KCl sol. + HCl gaz.	+ 32,0

Dans tous les cas, le maximum thermique correspond à la formation du fluorhydrate de fluorure.

» L'expérience vérifie la théorie. En effet, si l'on fait passer à froid un courant d'acide chlorhydrique gazeux et sec sur du fluorure de potassium sec, contenu dans une nacelle de platine, l'acide chlorhydrique est absorbé, sans que l'acide fluorhydrique se dégage : il se forme du chlorure et du fluorhydrate de fluorure de potassium, ainsi que l'analyse le démontre. De même, l'acide fluorhydrique gazeux, agissant sur le chlorure de potassium, le transforme en fluorhydrate de fluorure, et l'acide chlorhydrique se dégage. Si l'on élève la température, la dissociation intervient, le fluorhydrate se décompose en sel neutre, qui reste dans la nacelle, et en acide fluorhydrique, qui se dégage. Par suite, l'acide chlorhydrique continuant à affluer, une nouvelle portion du fluorure est attaquée, avec for-

---

(1) *Essai de Mécanique chimique*, t. II, p. 584 et 638.

(2) *Comptes rendus*, t. XCVI, p. 399.

(3) En négligeant les traces d'acétates acides, qui prennent naissance dans les solutions, et les effets résultant de leur présence.

(4) Dans les réactions où intervient le fluorhydrate, il conviendrait peut-être de déduire $7^{Cal},2$ pour tenir compte de la condensation du gaz fluorhydrique. Mais la formation du fluorhydrate répond encore à $+2^{Cal},8$, à partir de l'acide fluorhydrique liquide. Ceci ne modifie donc pas nos conclusions.

mation d'une nouvelle dose de chlorure et de fluorhydrate de fluorure, qui se dissocie à son tour par la chaleur. Ces actions, se réitérant, finissent par amener la transformation totale du fluorure en chlorure.

» Réciproquement, lorsqu'on fait passer un courant d'acide fluorhydrique gazeux sur le chlorure, la transformation du chlorure en fluorure a lieu peu à peu, et elle s'explique d'une façon identique.

» Les mêmes réactions ont lieu dans les dissolutions; seulement les valeurs thermiques ne sont plus assujetties à être nécessairement positives, à cause de l'inégalité des chaleurs de dissolution des corps mis en présence.

» En fait, l'expérience donne, pour les deux valeurs réciproques :

$$\left\{\begin{array}{ll} HF\ (1^{éq} = 2^{lit}) + KCl\,(1^{éq} = 2^{lit}),\ \text{vers } 8^{o}\ldots\ldots & +0,18 \\ HCl\,(1^{éq} = 2^{lit}) + KF\ (1^{éq} = 2^{lit})\ldots\ldots & -2,18 \end{array}\right.$$

» Il y a réaction dans les deux cas et partage inégal du métal entre les deux acides : résultat conforme d'ailleurs aux observations de M. Thomsen sur les sels de sodium. Mais l'interprétation nous en paraît tout à fait différente de celle du savant professeur danois, qui invoque un coefficient affinitaire nouveau, l'avidité, propre à chaque acide. Nous l'attribuons, en effet, uniquement à des phénomènes thermiques connus, à savoir la formation du fluorhydrate de fluorure et sa dissociation partielle en présence de l'eau : nous établirons plus loin ce point d'une façon plus précise, en faisant varier les proportions relatives des divers composants du système.

» La réaction est la même en définitive pour l'état des corps dissous que pour l'état des corps séparés de l'eau. On peut la prévoir et s'en rendre compte, soit par les calculs thermiques présentés plus haut pour les corps séparés de l'eau, soit en envisageant les deux hydracides dans l'état dissous, afin de tenir compte, autant que possible, de la formation de leurs hydrates stables, mais en opposant cependant les sels eux-mêmes dans l'état solide, ce qui est permis, en raison de l'absence d'hydrates stables des sels envisagés; les corps antagonistes sont encore ici pris deux à deux sous des états comparables.

» On aura, par ce procédé de calcul :

$$\left\{\begin{array}{ll} 2HF\ \text{dissous} + 2KCl\ \text{solide} = 2HCl\ \text{dissous} + 2KF\ \text{solide}\ldots\ldots & -10,4 \\ \quad » \qquad » \qquad = HCl\ \text{dissous} + KCl\ \text{solide} + KF,HF\ \text{solide}\ldots & +4,0 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} 2HCl\ \text{dissous} + 2KF\ \text{solide} = 2HF\ \text{dissous} + 2KCl\ \text{solide}\ldots\ldots & +10,4 \\ \quad » \qquad » \qquad = HCl\ \text{dissous} + KCl\ \text{solide} + KF,HF\ \text{solide}\ldots & +14,8 \end{array}\right.$$

» Le maximum thermique est toujours le fluorhydrate, en présence comme en l'absence du dissolvant.

» II. Les mêmes conclusions s'appliquent, en théorie comme en fait, aux déplacements réciproques entre les *acides azotique et fluorhydrique*, le fluorhydrate répondant toujours au maximum thermique.

» III. De même, avec l'*acide sulfurique*, il se forme d'abord un bisulfate et un fluorhydrate, que l'élévation de température décompose ensuite; mais nous n'insisterons pas. L'acide acétique est plus intéressant.

» IV. *Acides fluorhydrique et acétique.* — Voici les calculs pour l'état gazeux des deux acides antagonistes; ils établissent la nécessité du partage :

		Cal
2 HF gaz + 2 $C^4H^3KO^4$ sol.	= 2 $C^4H^4O^4$ gaz + 2 KF solide	+ 19,4
»	= $C^4H^4O^4$ gaz + $C^4H^3KO^4$ sol. + KF, HF sol. .	+ 30,8
2 $C^4H^4O^4$ gaz + 2 KF solide	= 2 HF gaz + 2 $C^4H^3KO^4$ solide	— 19,4
»	= $C^4H^4O^4$ gaz + $C^4H^3KO^4$ + KF, HF solide..	+ 11,4 (1)

» Pour l'état d'hydrates stables et dissous des deux acides (2), les sels étant solides :

		Cal
2 HF dissous + 2 $C^4H^3KO^4$ sol.	= 2 $C^4H^4O^4$ étendu + 2 KF solide............	+ 4,8
»	= $C^4H^4O^4$ acide + $C^4H^3KO^4$ sol. + KF, HF sol.	+ 11,8
2 $C^4H^4O^4$ dissous + 2 KF sol.	= 2 HF étendu + 2 $C^4H^3KO^4$ solide	— 4,8
»	= $C^4H^4O^4$ étendu + $C^4H^3KO^4$ sol. + KF, HF sol.	+ 10,0

» En fait, il y a déplacement et partage, tant à l'état anhydre, comme nous l'avons vérifié, qu'à l'état dissous. Nous avons trouvé, par exemple, à 10° :

$C^4H^4O^4$ ($1^{éq} = 2^{lit}$) + KF ($1^{éq} = 2^{lit}$).... — 0^{Cal},43
KF ($1^{éq} = 2^{lit}$) + $C^4H^3KO^4$ ($1^{éq} = 2^{lit}$)... + 2^{Cal},8

» Le déplacement partiel de l'acide fluorhydrique par l'acide acétique, dû à la formation du fluorhydrate de fluorure, est très digne d'intérêt et contraste avec la résistance du sulfate à l'acide acétique : cette différence est une nouvelle confirmation de nos théories thermiques.

---

(1) On néglige l'acétate acide, qui doit aussi concourir au phénomène. Les chiffres relatifs au fluorhydrate demeurent positifs, même si on les diminue de 7^{Cal},2 pour tenir compte du changement d'état du gaz fluorhydrique. On peut aussi faire les calculs depuis les deux acides liquides; la conclusion demeure la même.

(2) Ou plutôt de l'acide fluorhydrique; la chaleur d'hydratation de l'acide acétique était minime.

» V et VI. Les *acides oxalique* et *tartrique* donnent lieu à des partages semblables et prévus par le calcul, soit pour l'état anhydre, soit pour l'état hydraté des acides, lesquels partages résultent toujours de la formation du fluorhydrate, accompagnée cette fois de celle de l'oxalate acide ou du tartrate acide, qui concourent au phénomène. Nous supprimerons le calcul pour abréger; mais nous croyons utile de donner les expériences relatives à l'état dissous :

Oxalates.

$\frac{1}{2}$ $C^4H^2O^8$ dissous + KF ($1^{éq} = 2^{lit}$), à 9°	$-1^{Cal},22$
$\frac{1}{2}$ $C^4K^2O^8$ dissous + HF ($1^{éq} = 2^{lit}$)	$+0^{Cal},82$

Tartrates.

$\frac{1}{2}$ $C^8H^6O^{12}$ dissous + KF ($1^{éq} = 2^{lit}$), à 9°	$-1^{Cal},28$
$\frac{1}{2}$ $C^8K^2O^{12}$ dissous + HF ($1^{éq} = 2^{lit}$)	$+1^{Cal},43$

» Les liqueurs mélangées demeurent transparentes pendant deux ou trois minutes, ce qui permet l'observation calorimétrique, avant la précipitation de la crème de tartre.

» VII. Mais arrivons à l'une des conséquences les plus remarquables de la théorie thermique : nous voulons dire les déplacements réciproques entre les *acides cyanhydrique et fluorhydrique*.

» D'après la théorie,

		Cal.
2HF gaz + 2KCy solide	= 2HCy gaz + 2KF solide	+27,6
»	= HCy gaz + KCy solide + KF, HF solide	+28,7
2HCy gaz + 2KF solide	= 2HF gaz + 2KCy solide	−27,6
»	= HCy gaz + KCy solide + KF, HF solide	+1,1

» Le déplacement de l'acide cyanhydrique par l'acide fluorhydrique est conforme aux analogies; mais le déplacement inverse est plus singulier. En fait, l'expérience a confirmé ces prévisions.

» Au rouge sombre, il y a déplacement sensible de l'acide fluorhydrique par l'acide cyanhydrique, agissant sur le fluorure de potassium, et formation de cyanure de potassium. A froid, l'action se fait aussi, mais elle est plus lente. Inversement, l'acide fluorhydrique agit sur le cyanure de potassium et en déplace l'acide cyanhydrique, en formant d'abord du fluorhydrate de fluorure. »

THERMOCHIMIE. — *Sur la loi des modules ou constantes thermiques de substitution.* Note de M. **Berthelot.**

« Je croirais abuser des moments de l'Académie en revenant soit sur l'historique de la loi des modules, soit sur son degré réel d'approximation pour les sels stables des acides forts, soit sur son peu d'exactitude pour les sels des acides faibles ou des bases faibles, en raison de leur dissociation par l'eau, ainsi que je l'ai expliqué expressément en 1873 et justifié par de nombreuses expériences, explication que M. Tommasi reproduit aujourd'hui sans y rien ajouter : tous ces points sont acquis et ne souffrent aucune discussion (*voir* ce Volume, p. 61).

» Mais il paraît utile de montrer, par des chiffres précis, à quel point la loi est en défaut pour les sels solubles de mercure; ces chiffres sont tirés des expériences que j'ai présentées à l'Académie, et ils figurent depuis quelques années dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes.*

			Différence.
Acide chlorhydrique et	potasse	+ 13,7	+ 4,2
	oxyde de mercure	+ 9,5	
Acide bromhydrique et	potasse	+ 13,7	+ 0,0
	oxyde de mercure	+ 13,7	
Acide acétique et	potasse	+ 13,3	+ 10,3
	oxyde de mercure	+ 3,0	
Acide cyanhydrique et	potasse	+ 2,9	− 12,6
	oxyde de mercure	+ 15,5	

» On ne saurait d'ailleurs parler de dissociation sensible pour les chlorure, bromure, cyanure de mercure.

» On voit combien les expériences directes sont nécessaires et quelles erreurs on commettrait en appliquant ici la loi des modules, d'après laquelle on aurait dû obtenir, dans tous les cas, une différence constante et égale à + 4,2. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Controverses, au* XVIIIe *siècle, au sujet des trombes, à propos d'une Note de M.* J. Luvini; par M. **Faye.**

« L'Académie se rappellera peut-être que, après avoir exposé et défendu longuement mes idées sur les tourbillons persistants à axe vertical qui se produisent dans les courants liquides ou gazeux sous l'influence de simples différences de vitesse entre les filets parallèles de ces courants, j'ai recher-

ché si, dans le passé, ces idées avaient été aussi unanimement méconnues qu'elles l'étaient de notre temps, il y a peu d'années. En ce qui touche le point spécial de savoir si les tourbillons aériens sont ascendants, comme le proclamaient alors tous les météorologistes, ou s'ils sont descendants, comme je crois l'avoir démontré, j'ai eu la satisfaction de trouver que deux des plus grands observateurs du siècle passé, Buffon et Spallanzani, avaient soutenu la même thèse que moi. Malheureusement leur intervention a été inutile: le préjugé qu'ils combattaient était trop répandu et trop fermement ancré dans les esprits. M. J. Luvini, professeur de Physique à l'Académie militaire de Turin, vient de m'adresser un complément précieux de ces recherches. Il fait connaître une Note de Spallanzani sur les orages et analyse une discussion qui a eu lieu, au sujet des tourbillons, entre B. Franklin et plusieurs de ses correspondants, Beccaria, Perkins, Cadwalader-Colden. Je demande à l'Académie la permission de mettre sous ses yeux un extrait de cette Note et d'y joindre quelques réflexions.

« Une nouvelle théorie de la grêle, que je publierai dans quelques semaines ou, pour mieux dire, un complément de la belle théorie de M. Faye et une étude sur l'origine de l'électricité de l'atmosphère, des trombes et des cendres des volcans ont appelé mon attention sur les tourbillons et sur les publications de M. Faye à cet égard. Inutile de dire que je trouve la théorie de M. Faye bien raisonnée et juste, le plus souvent, jusque dans les derniers détails.

» Ayant trouvé, dans mes recherches, des faits nouveaux, qui concourent à l'appui de la théorie de M. Faye et des auteurs, qui, dès le siècle dernier, l'ont ébauchée et appuyée de bonnes observations, je pense ne pas faire chose inutile en présentant ce que j'ai pu recueillir.

» M. Faye se préoccupe justement de trouver des observations relatives à l'existence de tourbillons ou de trombes entre la région des cirrhus et celle des nuages orageux, et, après celles de Lecoc et de Severtzow, il ajoute (*Annuaire* de 1875, p. 549) :

» Naturellement, des observations pareilles, faites sur les lieux, c'est-à-dire au sein » d'un nuage à grêle, doivent être rares » ; et plus loin (p. 551) : « Un grand nombre d'observations démontrent que la gyration se prolonge souvent au-dessous du nuage à grêle » jusqu'au sol. Mais rien n'indique dans ces relations qu'on ait aperçu quelque mouvement » tourbillonnaire *au-dessus*, c'est-à-dire dans le vaste espace compris entre les nuages à » grêle et la couche supérieure des cirrhus [1]. »

» Or voici, à ce propos, une observation qui, et par sa nature et par l'autorité de son auteur, mérite bien d'être rappelée. Elle est de Spallanzani.

» En traversant les Apennins pour aller de Parme à Portovenere, le 23 juillet (1783?), il se trouve enveloppé par un orage. Tout en faisant de précieuses observations sur ce qui

---

[1] Voir à ce sujet une lettre de M. Millot sur les *Trombes internubaires* (*Comptes rendus* du 11 février, p. 383). H. Faye.

se passait autour de lui, il se hâtait vers le haut, pour descendre de l'autre côté de la montagne, quand quelques rayons de lumière appelèrent son attention, et il reconnut, un peu après, que c'était le Soleil qui commençait à percer les couches supérieures du nuage orageux, dont il avait traversé la presque totalité. A ce point, il changea d'idée et il monta sur une haute crête pour contempler le spectacle de haut en bas.

» De là il voyait l'orage comme un lac immense, illuminé par le Soleil et tout en tempête. Sans parler ici des autres observations, voici comment il s'exprime pour ce qui regarde le mouvement du nuage : « Tandis que là-bas se montrait un fort vent de sud-ouest » (*libeccio*), on voyait les nuages courir dans la direction opposée, pleins de crispations et » d'ondes (*piene d'increspamenti e d'onde*); et à leur mouvement de translation et commun, » il s'en ajoutait d'autres particuliers, et UN *distinctement de rotation, d'où se produi-* » *saient en eux çà et là plusieurs tourbillons et parfois se détruisaient les uns les autres,* » *semblables à ceux que nous voyons en petit dans les eaux des canaux et des fleuves.* » (*Memoria della Società italiana*, vol. II, parte 2ª, p. 892, dans une Lettre à Charles Bonnet en date du 12 février 1784.)

» Voilà donc le mouvement tourbillonnaire au-dessus des nuages orageux bien observé et démontré; il était nécessairement à axe vertical et descendant, car il était semblable à ceux des eaux courantes.

» Maintenant je demande la permission d'ajouter quelques notes à l'*Histoire d'un préjugé nautique* de l'*Annuaire* pour 1875. M. Faye, probablement d'après quelque Traité particulier de Météorologie, cite parfois, et notamment dans l'*Annuaire* de 1877, p. 593, Franklin, qui aurait introduit, le premier, l'hypothèse des tempêtes d'aspiration; mais il ne dit rien de sa théorie des trombes.

» Franklin a eu l'occasion d'observer et d'étudier plusieurs ouragans d'aspiration, dirigés de nord-est vers sud-ouest, et notamment un, qui l'empêcha de voir, à Philadelphie, une éclipse de Lune, qui devait arriver un vendredi à 9^h du soir. Quand la poste lui apporta les nouvelles publiques de Boston, où l'on rendait compte des ravages que ce même ouragan y avait faits, il trouva qu'on y avait bien observé le commencement de l'éclipse, quoique Boston soit environ à 400 milles au nord-est de Philadelphie. C'était un ouragan de nord-est, et il aurait dû passer sur cette ville plus tard qu'à Boston. « Je m'en expliquai donc dans une lettre à mon frère, qui demeurait à Boston, dit Franklin, et il » m'apprit par sa réponse que l'ouragan n'y avait commencé que sur les 9^h du soir, de » sorte qu'ils avaient très bien observé l'éclipse; et en comparant toutes les autres relations, que je reçus de plusieurs colonies, des heures du commencement du même ouragan » et de celui d'autres ouragans de la même espèce depuis ce temps, je trouvai que le » commencement était toujours plus tardif en remontant vers le nord-est. Je n'ai pas mes » notes en Angleterre, et je ne puis vous dire de mémoire quelle est la proportion des » temps aux distances; mais il me semble qu'elle est d'environ une heure par centaine de » milles. » (*OEuvres de Franklin*, traduites en français par M. Barbeu-Dubourg; Paris, 1773, t. II, p. 78.)

» L'ouragan dont il parle était arrivé environ vingt ans avant la date de la lettre, et il explique ces faits en supposant une grande chaleur et une grande raréfaction de l'air dans le golfe du Mexique, ou dans le voisinage. « Je vous offre ceci, disait-il à Small, comme » une hypothèse pour rendre raison de ce fait particulier, et peut-être qu'une plus mûre

» réflexion pourra nous en faire trouver une meilleure et plus vraie. Je ne prétends pas dire » que tous les ouragans se forment de la même manière. *Je sais qu'il n'en est pas ainsi de » nos orages de nord-ouest de l'Amérique.* »

» Franklin s'occupa aussi des tourbillons atmosphériques, ou trombes, et dans ses *Observations, conjectures et suppositions physiques et météorologiques*, lues à la Société Royale le 3 juin 1756, il en ébaucha même une théorie. Voici comment il s'exprime (vol. cité, p. 10) :

« Des fluides pesants, qui descendent, forment souvent des tournants ou tourbillons, » comme cela se voit dans un entonnoir, où l'eau acquiert un mouvement circulaire en » s'éloignant de toutes parts du centre et laissant au milieu un vide plus grand par le haut » et diminuant vers le bas, comme un porte-voix ayant sa principale ouverture tournée vers » le haut.

» L'air qui descend ou qui monte peut former des tournants ou tourbillons tous sem- » blables, les parties de l'air acquérant un mouvement circulaire et s'éloignant du milieu » du cercle par une force centrifuge et y laissant un vide; si l'air descend, le vide est plus » grand par le haut et va en diminuant vers le bas. Si, au contraire, l'air monte, le vide » est plus grand par le bas, comme un porte-voix ayant sa plus large ouverture contre » terre.

» En même temps que l'air descend avec violence en quelques endroits, il peut s'élever » avec la même violence en d'autres et former ainsi tout à la fois deux tourbillons de dif- » férentes espèces. »

» Tout cela, en ligne de raisonnement, peut bien aller; mais il semble que Franklin aurait dû, tout de suite, ajouter : maintenant, toutes les trombes observées sont évasées en haut; donc il n'y a que des trombes descendantes. Au lieu de cela, épris du préjugé si bien décrit et combattu par M. Faye, il continue de la manière suivante :

» L'air, dans son mouvement de tournoiement, s'éloignant en tout sens du centre, ou » de l'axe de la trompette, y laisse un vide, qui ne saurait être rempli par les côtés, parce » que l'air tournoyant forme comme un arceau qui en empêche : il faut donc qu'il y soit » précipité par les extrémités béantes.

» La plus grande pression de dehors en dedans doit être à l'ouverture inférieure, où se » trouve le plus grand poids de l'atmosphère environnante. L'air qui y pénètre y monte » rapidement et enlève avec lui de la poussière, des feuilles et même des corps plus gros- » siers, qui se trouvent en son chemin, lorsque le tourbillon ou trombe passe sur » terre.

» S'il passe sur l'eau, le poids de l'atmosphère environnante pousse l'eau dans sa » cavité, où une partie se joint successivement à l'air environnant, et, augmentant son » poids et participant à son mouvement accéléré, elle s'éloigne de plus en plus du centre » ou de l'axe de la trompe, à mesure que la pression diminue. A la fin, à force d'élargir la » trompe, l'eau se brise en menues parcelles, assez adhérentes à l'air pour en être soutenues, » et paraît comme un nuage obscur au sommet de la trompe.

» Ainsi ces tournoiements d'air peuvent former des tourbillons sur terre et des trombes en » manière de jets d'eau sur mer. »

» Cette doctrine de Franklin n'a pas trouvé grâce auprès de tous ses amis et contemporains.

» Voici comment s'exprime Cadwalader-Colden en écrivant à Franklin :

« Vous avez embrassé l'opinion commune sur les trombes, et ma propre observation oculaire me persuade que c'est une fausse idée. Dans un voyage aux Indes occidentales, j'eus » occasion d'observer plusieurs trombes. Il en passa une à moins de 30 ou 40 verges du » vaisseau où j'étais ; je la considérai avec toute l'attention possible et, quoiqu'il y ait actuellement quarante ans, elle fit sur moi une impression si forte, que je me la rappelle encore » bien distinctement. Toutes ces trombes parurent dans des intervalles de calme, c'est-à-dire » entre les vents réguliers et les vents variables, au mois de juillet. Celle qui passa si près de » nous avait la figure d'un cône renversé, c'est-à-dire sa pointe tournée vers la mer, en approchant à peu près à 8 pieds de distance de sa surface, et sa base dans un nuage noir. » Nous avions un calme absolu ; la trombe passa lentement à côté du vaisseau ; j'eus la facilité d'observer clairement qu'il sortait de la trombe un courant violent de vent, qui faisait « une trouée d'environ 6 pieds de diamètre sur la surface de l'eau et soulevait l'eau en forme » de bourrelet circulaire et inégal autour de cet enfoncement, comme pourrait le faire un vent » très fort d'une paire de gros soufflets dont le tuyau serait dirigé perpendiculairement sur » la surface de l'eau, et nous entendions clairement le même bruit de sifflement que les » bouffées de vent d'un pareil soufflet produiraient sur l'eau. Je suis très sûr qu'il n'y avait » rien que l'on pût rapporter à une succion de l'eau de la mer dans la trombe, à moins » qu'on ne voulût se faire illusion, en prenant le rejaillissement de l'eau, qui s'élevait en » forme de bourrelet à peu de hauteur, pour de l'eau montant dans la trombe. Je distinguais » aisément un espace vide d'environ 8 pieds entre la mer et la pointe du cône, où rien n'interrompait la vue, comme cela n'aurait pas manqué d'arriver s'il s'y était élevé de l'eau » de la mer. Je vis dans le même voyage plusieurs trombes.... Je suis convaincu qu'il sortait » de chacune de ces trombes un courant de vent et que c'était par ce courant de vent qu'il » y a souvent des vaisseaux tout à coup renversés,... quoiqu'il fît un calme parfait l'instant » d'avant que cette bouffée les frappât. »

» Voyons maintenant ce que dit le Dr Perkins dans ses lettres à B. Franklin (vol. cité).

« Ce qui m'a donné occasion de penser que toutes les trombes descendent, c'est que j'ai » trouvé la chose bien constatée par rapport à quelques-unes ; c'est qu'il m'a paru difficile » de concevoir qu'un corps aussi pesant que l'eau pût être élevé par aucune force à nous » connue qui soit suffisante pour cela ; et c'est principalement l'inspection des dessins de » trombes que M. Stuart nous a donnés dans les *Transactions philosophiques*.

» ... Cette circonstance de la courbure du sommet du buisson en dehors ne paraît pas » s'accorder avec ce que j'appelle un tourbillon direct (*ascendant*), mais elle s'accorde à » merveille avec un tourbillon renversé (*descendant*) ; car un tourbillon direct balayerait » l'intérieur du buisson, si toutefois dans ce cas il y avait quelque apparence de buisson.

» Quant au pilier d'eau, comme on l'appelle par rapport à sa forme, je suppose que ce » n'est que le bout de la trombe plongé dans le buisson, un peu obscurci par la surface du » nuage, et qui est peut-être enflé à l'œil fort au delà de sa véritable grosseur, par une réfraction qui peut encore occasionner cette apparence de séparation entre la partie qui plonge » dans le buisson et celle d'au-dessus. La partie engagée dans le buisson est cylindrique » aussi bien que celle d'au-dessus, c'est-à-dire que son épaisseur est la même depuis le » haut du buisson jusqu'à la surface de l'eau. Dans le cas d'un tourbillon (*trombe ascendante*), au lieu de cette figure, ce devrait être celle d'une pyramide...

» Je pourrais continuer ces extraits, mais je pense que cela suffit pour montrer qu'au XVIIIe siècle il y a eu bien des savants qui ne se sont pas laissé entraîner par le préjugé nautique dont il est question, et M. Faye peut être fier de rencontrer dans Perkins un champion qui a combattu dans le même tournoi que lui et pour la même cause.

» Les réponses de Franklin à son ami ne sont pas à la hauteur du nom de celui qui les a faites.

» La théorie des trombes de Beccaria repose sur les attractions électriques, comme celle imaginée bien plus tard par Peltier et développée par M. Marié-Davy. Il imitait, comme Peltier, les trombes en suspendant des gouttes d'eau au conducteur de la machine électrique au-dessus d'un vase d'eau. En électrisant le conducteur, la goutte s'allongeait en bas et l'eau inférieure s'élevait sous la goutte. Il paraît que plus tard il ne donnait plus tant d'importance à son explication, car, dans l'*Elettricismo artificiale* (Turin, 1773), il n'en parlait plus exprès ; seulement, en rappelant les expériences de Priestley (p. 255) sur les gouttes d'eau suspendues qui s'allongeaient, il ajoute : *Similmente che io con gocce così allungate rappresentava le trombe di mare nell' Elettricismo naturale.*

» Partant, si, aux écrits de Perkins et de Cadwalader-Colden que j'ai cités, nous ajoutons les belles déductions de Buffon et les observations et conclusions de Spallanzani, dont parle M. Faye dans les *Comptes rendus* de 1879, nous pouvons conclure que, dans le XVIIIe siècle, le préjugé nautique a été combattu par des savants illustres avec de solides raisons et d'excellentes observations.

» Spallanzani a vu directement et déclaré dans plusieurs endroits de son Mémoire le mouvement tourbillonnaire dans les trombes qu'il a observées, soit dans le nuage et à la base de la trombe, soit dans les autres parties de celle-ci, et dans les conclusions, qui ne se trouvent pas dans les *Comptes rendus*, il dit explicitement que le mouvement tourbillonnaire, qui doit avoir son origine dans le choc de vents contraires, part d'en haut, perce et traverse le nuage et descend en bas, quelquefois jusqu'à la mer, et quelquefois moins profondément. C'est donc au mouvement tourbillonnaire descendant qu'il attribuait l'abaissement des eaux et la formation du buisson, et non pas à un simple souffle de haut en bas. Certes il n'avait aucune idée de la vraie origine des tourbillons qu'il a observés.

» Tout cela ne diminue en rien la gloire de M. Faye, qui, dans la discussion d'un nombre immense d'observations, a su démêler les faits vrais qui étaient dus à des illusions optiques ou à des préjugés, et surtout en déduire, d'après un mûr examen, la seule théorie qui soit d'accord avec les faits exactement constatés et à la hauteur de la Science actuelle. Les théories de ceux qui l'ont précédé dans ce chemin sont loin d'avoir la précision et l'exactitude de celle de M. Faye; quelques-unes même sont ridicules, et c'est pour cela que, dans mes citations, je n'ai rien dit des idées théoriques du Dr Perkins et de Colden. »

» Le passage précédent sur les tempêtes d'aspiration de Franklin a l'avantage de montrer par quelle voie ce grand physicien est arrivé à une idée si radicalement fausse. Un ouragan éclate à Philadelphie juste au moment où Franklin se disposait à observer une éclipse de Lune. Le vent soufflait du nord-est vers le sud-ouest. Cependant, à Boston, situé à 400 milles plus au nord-est, l'ouragan n'éclata que plus tard, soufflant aussi du nord-est, en sorte qu'on y put observer cette même éclipse. Il parut donc à Franklin que l'ouragan s'était propagé en sens inverse du vent

violent qui le constituait. Pour s'en rendre compte, à une époque où l'on ignorait encore la nature gyratoire des tempêtes, il ne voyait, il ne pouvait trouver qu'un moyen, c'était de supposer que le vent soufflant du nord-est vers le sud-ouest était provoqué par un centre d'aspiration situé au sud-ouest, en arrière de Philadelphie (par rapport à Boston), dans le golfe du Mexique par exemple, et que cette aspiration se propageait successivement, de manière à ébranler l'air de Philadelphie beaucoup plus tôt que celui de Boston, ville plus éloignée du centre d'appel.

» Cependant, cette explication, suggérée par un premier aperçu, n'était pas admissible, même à l'époque de Franklin. En effet, une raréfaction qui se serait produite dans les couches inférieures de l'atmosphère, sur le golfe du Mexique, n'aurait pas aspiré seulement l'air situé dans la direction de Philadelphie et de Boston : elle aurait été comblée par l'air affluant *de tous les côtés* à la fois, non seulement des régions basses de l'atmosphère, mais aussi des régions élevées, et ainsi elle n'aurait pas produit une tempête sur une ligne dirigée du sud-ouest au nord-est.

» Pour rendre quelque vraisemblance à cette tempête d'aspiration, on était conduit à admettre cette autre hypothèse non moins singulière, à savoir que l'air affluant de tous côtés, non en souffle de brise, mais en tempête, vers le vide du golfe du Mexique, ne parvenait pas à combler ce vide, parce qu'il se produisait là un puissant tirage vertical et que l'air affluant à basse température se trouvait enlevé à une grande hauteur. Par là, le vide ainsi produit devait tendre à se perpétuer sur place.

» Cet échafaudage d'erreurs ne se serait pas un seul instant présenté à l'esprit de Franklin s'il avait su, comme nous, que les tempêtes sont gyratoires. Il aurait vu alors que si, dans cette tempête marchant du sud-ouest au nord-est, le vent soufflait du nord-est à Boston, en sens contraire de la marche de la tempête, c'est que Boston se trouvait dans le demi-cercle maniable, à gauche de la trajectoire de son centre. A droite, Franklin aurait éprouvé un vent violent de sud-ouest. La marche de ce cyclone avait lieu, *comme toujours*, vers le nord-est : il a donc dû frapper Boston plus tard que Philadelphie, et si l'on a observé un vent de nord-est dans ces deux villes, c'est tout bonnement que la droite qui joint ces deux villes était située du même côté gauche de la trajectoire de l'ouragan.

» Cette citation de M. J. Luvini a donc l'avantage de mettre en pleine lumière l'origine d'une erreur tenace qui a longtemps dénaturé la météorologie dynamique; elle répond, comme on le voit, à des faits, mais à des faits bien imparfaitement connus, sur lesquels on s'est trop hâté d'échafauder une théorie d'ailleurs insoutenable en elle-même. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **Ch.-V. Zenger** adresse, de Prague, un « Résumé des observations héliophotographiques et des grands mouvements atmosphériques et endogènes ».

D'après l'auteur, ce résumé mettrait en évidence une périodicité de dix à treize jours, déjà signalée par lui, pour les grands mouvements cycloniques des couches élevées de l'atmosphère; il confirmerait l'opinion qui attribue une cause cosmique aux orages, aux aurores boréales et à tous les changements d'équilibre électrique ou magnétique de notre planète.

(Commissaires : MM. Faye, d'Abbadie, Daubrée.)

M. **Debruge** adresse une nouvelle Note sur les aérostats dirigeables.

(Renvoi à la Commission des Aérostats.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** communique à l'Académie le désir exprimé par le gouvernement des États-Unis, que la France soit représentée à la réunion de la Conférence internationale, pour l'établissement d'un méridien universel, qui sera convoquée à Washington le 1er octobre prochain.

(Renvoi à la Section d'Astronomie et à la Section de Géographie et Navigation.)

ASTRONOMIE. — *Détermination de la différence de longitude entre Paris et l'observatoire de Bordeaux (Floirac).* Note de MM. G. **Rayet** et **Salats**, présentée par M. Lœwy.

« Les observations astronomiques nécessaires à la détermination de la différence de longitude entre Paris et l'observatoire de Bordeaux (Floirac) ont été faites en octobre et novembre 1881. La station de Paris avait été placée dans le pavillon méridien de la Marine, à l'Observatoire de Montsouris. La station de Bordeaux était établie à $26^m,10$ dans l'est du cercle méridien de l'observatoire de Bordeaux, et se trouvait pourvue d'un cercle

méridien de Rigaud, très obligeamment prêté par M. l'amiral Mouchez, et d'un chronographe de Breguet, appartenant au Bureau des Longitudes.

» Les observateurs ont été : M. le lieutenant de vaisseau Salats, au nom de l'observatoire de Montsouris ; M. G. Rayet, pour l'observatoire de Bordeaux.

» La méthode suivie pour les observations et pour la discussion des résultats individuels est, dans ses principes essentiels, analogue à celle qu'a employée M. Lœwy, dans son Mémoire *Sur les longitudes de Berlin et de Bonn.*

» L'équation personnelle relative des observateurs a été déterminée deux fois, au commencement et à la fin des observations, et les observateurs ont été intervertis. Dans chaque soirée les pendules ont été comparées deux fois.

» Le Tableau suivant renferme les différentes valeurs de la longitude (non corrigées de l'équation personnelle) obtenues dans les diverses soirées :

Première série (M. Rayet, à Paris ; M. Salats, à Bordeaux).

Dates.	Longitude.	Erreur moyenne.	Poids.
	m s	s	
1881. Octobre 16	11.26,316	± 0,025	3,27
» 17	11.26,223	± 0,024	3,52
» 18	11.26,264	± 0,025	3,27
» 29	11.26,296	± 0,024	3,52
» 30	11.26,279	± 0,028	2,58
Moyenne pondérée....	11.26,275	Poids de la moy.	16,16

Erreur moyenne de la moyenne..... ± 0^s,011

Deuxième série (M. Salats, à Paris ; M. Rayet, à Bordeaux).

Dates.	Longitude.	Erreur moyenne.	Poids.
	m s	s	
1881. Novembre 6	11.26,014	± 0,040	1,27
» 7	11.25,973	± 0,042	1,15
» 8	11.25,939	± 0,029	2,41
» 9	11.25,975	± 0,029	2,41
» 11	11.26,033	± 0,030	2,25
» 12	11.25,907	± 0,029	2,41
» 19	11.26,008	± 0,025	3,27
Moyenne pondérée....	11.25,977	Poids de la moy.	15,17

Erreur moyenne de la moyenne..... ± 0^s,012

» Les deux séries de longitudes présentent une différence de 0^s,298, dont la moitié, 0^s,149, devrait être égale à la différence d'équation personnelle des observateurs. En réalité, cette équation personnelle (Salats-Rayet) a varié de + 0^s,158 à + 0^s,098 entre le 4 octobre et le 30 novembre, époques moyennes des deux déterminations directes.

» Les valeurs individuelles de la longitude doivent donc être combinées à l'aide de deux hypothèses différentes.

» *Première hypothèse.* — On peut d'abord supposer que les séries d'observations antérieures au 16 octobre ont définitivement fixé la manière d'observer des observateurs ; la première série des longitudes doit alors être diminuée de 0^s,149 (valeur de l'équation personnelle révélée par la longitude elle-même), et la seconde augmentée de la même quantité. Dans cette hypothèse, les longitudes individuelles sont :

Dates.	Longitudes.	Dates.	Longitudes.
	m s		m s
1881. Octobre 16......	11.26,167	1881. Novembre 7.......	11.26,122
» 17......	11.26,074	» 8.......	11.26,088
» 18......	11.26,115	» 9.......	11.26,124
» 29......	11.26,145	» 11.......	11.26,182
» 30......	11.26,130	» 12.......	11.26,056
Novembre 6......	11.26,163	» 19.......	11.26,157

Moyenne pondérée....... 11.26,126

Erreur moyenne de la moyenne.... ± 0^s,008 Poids de la moyenne... 31,33

» L'unité de poids est le poids d'une observation dont l'erreur moyenne serait ± 0^s,045.

» Les nombres précédents ne montrent pas de marche sensible, en sorte que l'hypothèse de la constance de l'équation personnelle paraît très probable.

» *Seconde hypothèse.* — Si l'on suppose, au contraire, que l'équation personnelle a varié proportionnellement au temps, et c'est la seule hypothèse mathématique susceptible d'être traduite en chiffres certains, puisque l'on ne dispose que de deux déterminations directes de cet élément, il faut appliquer aux longitudes individuelles une correction proportionnelle à la date de la longitude considérée et variant de 0^s,158 (4 octobre) à 0^s,098 (30 novembre).

» Les valeurs individuelles de la longitude sont alors les suivantes :

	m s		m s
1881. Octobre 16.....	11.26,170	1881. Novembre 7.....	11.26,097
» 17.....	11.26,078	» 8.....	11.26,062
» 18.....	11.26,120	» 9.....	11.26,097
» 29.....	11.26,163	» 11.....	11.26,153
» 30.....	11.26,147 (1)	» 12.....	11.26,026
Novembre 6.....	11.26,139	» 19.....	11.26,120 (2)
Moyenne pondérée......	11.26,116	Erreur moyenne de la moyenne....	±0,008

(1) Moyenne pondérée de la première série, 11^{m}26^s,135.

(2) Moyenne pondérée de la seconde série, 11^{m}26^s,097.

» L'erreur probable de ce second mode de combinaison est identique à celle du précédent, le mode de correction de l'erreur systématique d'équation personnelle n'intervenant pas dans le calcul.

» Cette seconde valeur de la longitude diffère de la première de $0^s,010$ seulement, mais elle ne nous paraît pas devoir être adoptée.

» En effet, dans cette seconde hypothèse :

» 1° La moyenne des longitudes d'octobre est $11^m 26^s,135$, et la moyenne de celles de novembre, $11^m 26^s,097$, inférieure de $0^s,038$ à la précédente, ce qui ne devrait pas se produire dans le cas où la correction de l'équation personnelle aurait été faite correctement.

» 2° Les longitudes de chaque série sont concordantes entre elles, et ne montrent pas de variation systématique analogue à celle que donnerait un changement progressif dans l'équation personnelle.

» 3° Si l'on considère les diverses déterminations individuelles de la longitude comme des mesures indépendantes et de même poids, d'une quantité constante, l'erreur moyenne de la valeur de la longitude est, dans la première hypothèse, de $\pm 0^s,011$, et dans la seconde hypothèse, de $\pm 0^s,013$; l'accroissement de l'erreur moyenne dans la seconde hypothèse semble prouver qu'elle comporte une correction inexacte de l'équation personnelle [1].

» 4° Enfin tout concourt à faire penser que les conditions physiologiques dans lesquelles se fait la détermination directe de l'équation personnelle sont assez différentes des conditions des observations elles-mêmes pour pouvoir conduire à une valeur inexacte de l'équation personnelle.

» Pour ces diverses raisons, nous croyons qu'il faut adopter le mode de combinaison qui suppose l'équation personnelle constante et prendre pour différence de longitude des piliers de Montsouris et de Bordeaux

$$11^m 26^s,126 \pm 0^s,008.$$

» Le pilier de Montsouris est de $0^s,238$ à l'ouest du méridien de Cassini ; le cercle méridien de l'observatoire de Bordeaux est à $0^s,080$ à l'ouest du pilier de la longitude.

» La longitude du cercle méridien de l'observatoire de Bordeaux est donc

$$11^m 26^s,444 \pm 0^s,008$$

à l'ouest du méridien de Paris. »

---

[1] La moyenne arithmétique des longitudes individuelles calculées dans la première hypothèse est $11^m 26^s,124 \pm 0^s,011$; la moyenne des longitudes individuelles calculées dans la seconde hypothèse est $11^m 26^s,114 \pm 0^s,013$.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Remarques à propos des recherches qui ont été faites sur la propagation des ondes atmosphériques produites par les explosions de Krakatoa*. Lettre de M. **Foerster** à M. Wolf.

« Dans quelques Communications publiées dans les *Comptes rendus*, sur la propagation des ondes atmosphériques produites par la grande explosion de Krakatoa, on a fait mention des observations analogues de Berlin, publiées par moi, comme si elles constituaient une espèce de titre de priorité.

» Le texte de ma publication ne justifie pas cette interprétation; cependant, dans l'intérêt de la vérité scientifique, je vous serais très obligé, si vous vouliez bien déclarer en mon nom que je ne prétends à aucune priorité dans ces observations. J'ai simplement été amené, par une publication du général Strachey, dans le journal anglais *Nature*, sur les observations barométriques de ces ondulations en treize stations différentes, à examiner les courbes barométriques de notre Institut des Poids et Mesures : j'y ai trouvé les ondulations indiquées de la manière, si distincte et si décisive, que j'ai décrite dans ma Communication destinée au grand public, en ajoutant expressément que ces observations n'étaient qu'une contribution à l'évidence qui ressortait d'un grand nombre d'autres faites en différents lieux. J'ai seulement omis de nommer à cette occasion M. le général Strachey, parce que, d'après sa publication elle-même, on ne pouvait pas décider encore quel était le premier et véritable auteur ou promoteur de cette recherche intéressante. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les diviseurs de certains polynômes et l'existence de certains nombres premiers*. Note de M. A. **Genocchi**.

« Les théorèmes indiqués par M. Lefébure [1] me rappellent une Note que j'ai publiée en 1868 dans les *Annales* de MM. Brioschi et Cremona et dont j'ai présenté un extrait dans la séance du 21 mai 1876 de l'Académie de Turin, à l'occasion de recherches analogues de M. Édouard Lucas. Dans cette Note, j'ai considéré des polynômes A_k et B_k, fonctions entières des deux quantités quelconques a et b, en posant l'équation

$$(a+\sqrt{b})^k = A_k + B_k\sqrt{b},$$

[1] Voir même Tome, p. 293.

et désignant par k un nombre entier positif. Les polynômes A_k et B_k, quoique différents de ceux qu'a étudiés M. Lefébure, jouissent de propriétés intéressantes, dues en partie à Euler, Lagrange, Legendre, et qui conduisent à démontrer l'existence de certains nombres premiers.

» Si a et b sont deux nombres entiers, A_k et B_k sont des nombres entiers et ne pourront avoir pour diviseurs communs des nombres premiers impairs qui ne soient pas diviseurs communs de a et b. Nous supposerons toujours a et b premiers entre eux. Pour deux valeurs m et m' de k, dont le plus grand commun diviseur soit μ, tout diviseur impair commun à B_m et $B_{m'}$ sera aussi un diviseur de B_μ; m et n étant deux nombres entiers positifs, on aura B_{mn} divisible par B_m, et le quotient Q ne pourra avoir avec B_m des diviseurs impairs communs qui ne soient pas diviseurs du nombre n.

» Soit p un diviseur premier impair de ce quotient Q, tel que ni b ni n ne soient divisibles par p : b sera un résidu ou un non-résidu quadratique de p, et dans le premier cas B_{p-1}, dans le second B_{p+1} seront divisibles par p. De là on conclut que, si n est un nombre premier, et m une puissance n^{i-1} du même nombre, l'indice $p \mp 1$ sera un multiple de $mn = n^i$, et l'on aura $p \mp 1 = n^i z$, $p = n^i z \pm 1$. Ainsi nous aurons trouvé des nombres premiers de ces deux formes $n^i z \pm 1$, où n peut avoir la valeur 2, et i, z seront des nombres entiers positifs.

» On peut discuter les cas particuliers de $b = \pm 1$, $b = \pm 2$, avec a multiple du nombre premier n. Il est facile d'en déduire que, pour $b = +1$, tout diviseur premier impair de Q sera de la forme $n^i z + 1$, n pouvant être égal à 2 ; et que pour $b = -1$, si l'on prend a pair et n de la forme $4k + 3$, Q aura quelque diviseur premier $n^i z - 1$ de la même forme $4k + 3$. Pour $b = \pm 2$, on obtiendra encore des nombres premiers $p = n^i z - 1$ diviseurs de Q, qui soient de l'une des formes $8k \pm 3$ si n est de la forme $8k - 1$, ou bien qui soient de la forme $8k - 3$ ou de la forme $8k - 1$ si n est de l'une des formes $8k - 1$, $8k \pm 3$.

» En prenant $a = 2$, $b = -1$, on démontre qu'il existe des nombres premiers de la forme $2^i z - 1$ qui sont diviseurs de la formule

$$\frac{(2 + \sqrt{-1})^k - (2 - \sqrt{-1})^k}{2\sqrt{-1}},$$

si l'on suppose que k soit une puissance de 2.

» Si n est un nombre premier impair quelconque et b l'un de ses non-résidus quadratiques, on trouvera aussi des nombres premiers $p = n^i z - 1$,

qui, de plus, vérifient la condition d'avoir b pour non-résidu quadratique.

» Soit enfin m un nombre entier quelconque : on peut démontrer qu'il existe des nombres premiers de la forme $mz+1$ et de la forme $mz-1$, et qu'il en existe une infinité pour chacune de ces formes. Pour la forme $mz+1$, on prend a multiple de tous les diviseurs premiers de m, et $b=1$; pour la forme $mz-1$, on a recours à l'équation binôme $x^m-1=0$ et à l'équation $X=0$, ayant pour racines les racines primitives de l'équation; on fait $x=\frac{a+\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}$ et l'on prend $b=-h^2$, avec a et h nombres entiers : la valeur que prendra la fonction entière X aura des diviseurs premiers $mz-1$ de la forme $4k+3$.

» Quelques-uns de ces théorèmes fournissent une démonstration simple du théorème de Fermat généralisé depuis immensément, par Legendre, d'après lequel le double d'un nombre premier n de la forme $8k-1$ est la somme de trois carrés. En effet, on déduit de nos énoncés qu'il est possible de déterminer trois nombres entiers r, s, t satisfaisant à l'équation employée par Dirichlet

$$2nt^2+r-2nrs=-1. \text{ »}$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la composition de polynômes qui n'admettent que des diviseurs premiers d'une forme déterminée.* Note de M. **Lefébure**, présentée par M. Hermite.

« Les polynômes de la forme $A^{n-1}+A^{n-2}B+\ldots+AB^{n-2}+B^{n-1}$, où n est un nombre premier, où A et B sont des nombres quelconques premiers entre eux, B pouvant prendre le signe $-$, n'admettent que des diviseurs de la forme $Hn+1$; n est aussi diviseur si $A-B$ est divisible par n.

» Je vais établir que ces diviseurs, à l'exception de n, sont nécessairement de la forme $H'n^2+1$ si A et B sont des puissances $n^{\text{ièmes}}$.

» Je rappelle d'abord l'énoncé d'un théorème que j'ai démontré dans un Mémoire sur les résidus des puissances $n^{\text{ièmes}}$ des nombres, sur lequel je m'appuierai, et qui a aussi ses applications dans d'autres questions.

» p désignant un nombre premier de la forme $Hn+1$, les résidus des puissances $n^{\text{ièmes}}$ des nombres obtenus par le diviseur p sont au nombre de H. Si je considère la suite des $(p-1)$ premiers nombres $1, 2, 3, \ldots, (p-1)$, cette suite peut se partager en H séries de n nombres chacune, de telle sorte que les nombres d'une même série élevés à la puissance $n^{\text{ième}}$ conduisent à

un même résidu et que leur somme soit un multiple de p. J'ai démontré, de plus, qu'il se présente toujours l'un des deux cas suivants : 1° les nombres sont tous résidus dans certaines séries, et dans les autres aucun d'eux n'est résidu ; 2° dans chaque série il y a un résidu, mais un seul.

» *Exemples.* — Soient $p=19$, $H=6$, $n=3$. Ces dix-huit premiers nombres forment les six séries suivantes :

Résidus.		Résidus.		Résidus.	
1..	$1+7+11=19,1$	8..	$2+3+14=19,1$	11..	$10+13+15=19,2$
7..	$4+6+9=19,1$	18..	$8+12+18=19,2$	11..	$5+6+17=19,2$

Dans chaque série, les sommes sont des multiples de p. Les résidus composent deux séries; dans les autres, il n'y a pas de résidus.

» Soient $p=41$, $H=8$, $n=5$; on a les huit séries suivantes :

Résidus.		Résidus.	
1...	$1+10+16+18+37=41,2$	40...	$40+31+25+23+4=41,3$
3...	$11+12+28+34+38=41,3$	38...	$30+29+13+7+3=41,2$
9...	$5+8+9+21+39=41,2$	32...	$36+33+32+20+2=41,3$
14...	$15+22+24+27+35=41,3$	27...	$26+19+17+14+6=41,2$

Dans chacune de ces séries, un seul des termes est résidu.

» Lorsque le premier cas a lieu, H est nécessairement divisible par n, car le nombre des résidus est un multiple de n, et H représente ce nombre; p est alors de la forme $H'n^2+1$.

» Cela posé, soit p un diviseur de $A^{n-1}+A^{n-2}B+\ldots+AB^{n-2}+B^{n-1}$, diviseur de la forme $Hn+1$; soit $A=C^n$ et d'abord $B=1$. Je remplace A et B par C^n et 1 dans le polynôme précédent; il vient

$$C^{n(n-1)}+C^{n(n-2)}+\ldots+C^n+1\equiv 0 \pmod{p},$$

et, si l'on multiplie par C^n-1, on obtient

$$(C^n)^n-\equiv 0 \pmod{p}.$$

Soit α le résidu de C^n divisé par p, de sorte que

$$C^n\equiv\alpha \pmod{p},\quad \alpha^n-1\equiv 0 \pmod{p}.$$

α ne peut être l'unité, car alors $C^{n(n-1)}+C^{n(n-2)}+\ldots+C^n+1\equiv 0 \pmod{p}$ deviendrait $n\equiv 0 \pmod{p}$ en vertu de $C^n\equiv 1 \pmod{p}$, ce qui est impossible.

» Soient r, s des nombres moindres que n, de sorte que $r-s$ soit moindre que n et, par suite, premier avec n nombre premier; les résidus

obtenus par les divisions de α^r, α^s par p sont différents. En effet, supposons qu'ils puissent être égaux; on aura

$$\alpha^r \equiv \alpha^s \pmod{p}, \quad \alpha^s(\alpha^{r-s}-1) \equiv 0 \pmod{p}, \quad \alpha^h - 1 \equiv 0 \pmod{p},$$

en posant $r-s=h$. On a déjà $\alpha^n - 1 \equiv 0 \pmod{p}$. Soit $n = h\rho + h'$; il vient, en remplaçant n par sa valeur dans $\alpha^n - 1 \equiv 0 \pmod{p}$,

$$(\alpha^h)^\rho \alpha^{h'} - 1 \equiv 0 \pmod{p}, \quad \text{d'où} \quad \alpha^{h'} - 1 \equiv 0 \pmod{p},$$

en vertu de $\alpha^h - 1 \equiv 0 \pmod{p}$. Comme n et h sont premiers entre eux, on arrive, en agissant sur h et h' comme sur n et h, et ainsi de suite, à un dernier reste égal à l'unité; par suite, on obtient $\alpha - 1 \equiv 0 \pmod{p}$, ce qui n'est pas possible, puisqu'on a vu que α est différent de l'unité. Ainsi α^r, β^s, divisés par p, donnent des résidus différents. De plus, si on les élève à la puissance $n^{\text{ième}}$, ils conduisent à un même résidu, au résidu 1. En effet, on a

$$\alpha^n - 1 \equiv 0 \pmod{p}, \quad \text{d'où} \quad (\alpha^r)^n - 1 \equiv 0 \pmod{p}, \quad (\alpha^s)^n - 1 \equiv 0 \pmod{p}.$$

On est donc dans le premier cas indiqué précédemment. Ainsi p est de la forme $H'n^2+1$, ce qu'il fallait établir.

» Nous avons supposé $B=1$; soit, plus généralement, $B = D^n$; alors $A^{n-1} + A^{n-2}B + \ldots + B^{n-1}$ conduit à

$$C^{n(n-1)} + C^{n(n-2)}D^n + \ldots + C^n D^{n(n-2)} + D^{n(n-1)} \equiv 0 \pmod{p},$$
$$(C)^n - (D^n)^n \equiv 0 \pmod{p}.$$

Posons $D^n \equiv C^n R^n \pmod{p}$, ce qui est toujours possible d'après les propriétés des résidus; il vient, en remplaçant D^n par sa valeur et en supprimant les facteurs $C^{n(n-1)}$, $(C^n)^n$, qui n'admettent pas le facteur p,

$$1 + R^n + \ldots + R^{n(n-2)} + R^{n(n-1)} \equiv 0 \pmod{p}, \quad (R^n)^n - 1 \equiv 0 \pmod{p}.$$

On est donc ramené au cas précédent; p est donc encore de la forme $H'n^2+1$.

» *Applications.* — Soient $n=3$, $A=4^3$, $B=1$; on a

$$4^6 + 4^3 + 1 = 3.19.73, \quad 19 = 2.3^2+1, \quad 73 = 8.3^2+1.$$

» Soient $n=5$, $A=2^5$, $B=1$; on a

$$2^{20} - 2^{15} + 2^{10} - 2^5 + 1 = 1016801,$$

nombre de la forme $H'n^2+1$.

» Soient $n = 3$, $A = 3^3$, $B = 2^3$; on a

$$3^6 + 3^3 . 2^3 + 2^6 = 1009,$$

nombre premier de la forme $H' n^2 + 1$. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines substitutions linéaires.* Note de M. E. **Picard**, présentée par M. Hermite.

« J'ai, en étudiant quelques groupes hyperfuchsiens, montré l'intérêt qui s'attache aux substitutions linéaires relatives aux deux variables x et y, de la forme

$$(1) \qquad X = \frac{M_1 x + P_1 y + R_1}{M_3 x + P_3 y + R_3}, \quad Y = \frac{M_2 x + P_2 y + R_2}{M_3 x + P_3 y + R_3},$$

spécialement dans le cas où ces substitutions conservent l'hypersphère

$$x x_0 + y y_0 - 1 = 0.$$

» Dans une Note insérée au dernier numéro des *Comptes rendus,* M. Poincaré a montré comment ces substitutions pouvaient être classées en substitutions elliptiques, hyperboliques ou paraboliques. En me plaçant à un point de vue un peu différent de celui de M. Poincaré, j'avais aussi été conduit à cette classification : c'est ce que je demande la permission d'indiquer rapidement.

» En supposant, comme il est permis, que le déterminant des coefficients (M, P, R) soit égal à l'unité, on a les relations suivantes :

$$(2) \quad \begin{cases} M_1 \mu_1 + M_2 \mu_2 - M_3 \mu_3 = P_1 \pi_1 + P_2 \pi_2 - P_3 \pi_3 = 1, \\ R_1 \rho_1 + R_2 \rho_2 - R_3 \rho_3 = -1, \\ P_1 \mu_1 + P_2 \mu_2 - P_3 \mu_3 = M_1 \rho_1 + M_2 \rho_2 - M_3 \rho_3 = P_1 \rho_1 + P_2 \rho_2 - P_3 \rho_3 = 0, \end{cases}$$

les lettres grecques désignant les conjuguées des grandes lettres correspondantes.

» Cherchons maintenant les points doubles de la substitution (1); ils seront déterminés par les équations

$$x = \frac{M_1 x + P_1 y + R_1}{M_3 x + P_3 y + R_3}, \quad y = \frac{M_2 x + P_2 y + R_2}{M_3 x + P_3 y + R_3},$$

ce qui peut s'écrire, en désignant par k le dénominateur,

$$(M_1 - k)x + P_1 y + R_1 = 0,$$
$$M_2 x + (P_2 - k)y + R_2 = 0,$$
$$M_3 x + P_3 y + R_3 - k = 0;$$

d'où une équation du troisième degré en k. Or, en tenant compte des relations (2), cette équation peut s'écrire

$$(\alpha) \qquad k^3 + Bk^2 - B_0 k - 1 = 0,$$

où l'on pose $B = -(M_1 + P_2 + R_3)$, et B_0 étant la conjuguée de B.

» Bornons-nous au cas général où l'équation (α) aura ses racines distinctes. Deux circonstances peuvent seulement se présenter :

» 1° Les trois racines de l'équation (α) ont un module égal à l'unité : c'est le cas de la substitution *elliptique*. Une discussion bien simple montre que, parmi les trois points doubles, il y en a *un* seulement à l'intérieur de l'hypersphère, les deux autres étant à l'extérieur.

» 2° Les trois racines de l'équation (α) ont la forme

$$k_1 = re^{i\alpha}, \quad k_2 = \frac{1}{r} e^{i\alpha}, \quad k_3 = e^{i\beta},$$

le module r étant différent de l'unité; c'est le cas de la substitution *hyperbolique*. Aux racines k_1 et k_2 correspondent des points doubles situés sur l'hypersphère : c'est ce que l'on voit, en remarquant que l'on a

$$XX_0 + YY_0 - 1 = \frac{1}{\text{norme}(M_3 x + P_3 y + R_3)}(xx_0 + yy_0 - 1).$$

Puisque $X = x$ et $Y = y$, on en conclut $xx_0 + yy_0 - 1 = 0$; car

$$\text{norme}(M_3 x + P_3 y + R_3),$$

qui est égal à kk_0, est différent de l'unité.

» Quant au troisième point double, correspondant à la racine k_3, il est situé *en dehors* de l'hypersphère. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation du degré m qui n'a jamais plus de deux racines réelles.* Note de M. D. André, présentée par M. Hermite.

« L'équation que je considère est l'équation algébrique

$$u_0 x^m - u_1 x^{m-1} + u_2 x^{m-2} - u_3 x^{m-3} + \ldots = 0,$$

dont le premier membre est un polynôme entier en x, du degré m, com-

posé de $m+1$ termes, ne présentant que des variations, et dans lequel les valeurs absolues $u_0, u_1, u_2, u_3, \ldots$ des coefficients sont les termes d'une série récurrente proprement dite, définie par l'égalité

$$u_n = \alpha u_{n-1} + \beta u_{n-2}.$$

» Tous les coefficients de cette équation sont évidemment déterminés dès que l'on donne les valeurs absolues u_0, u_1 des deux premiers, ainsi que les valeurs des paramètres constants α et β. Dans toute cette Note, u_0 et u_1 seront des nombres positifs quelconques, et il en sera de même de α et de β.

» L'équation considérée n'a évidemment aucune racine négative. Pour trouver une limite supérieure du nombre de ses racines positives, il suffit de lui appliquer l'un des théorèmes que j'ai fait récemment [1] connaître.

» D'après ce théorème, si l'on appelle v le nombre des variations du premier membre de l'équation et θ le plus grand nombre de trinômes abaisseurs de la première espèce, distincts et compatibles, que présente ce premier membre, le nombre des racines positives est au plus égal à $v - 2\theta$, et, s'il est inférieur à cette différence, c'est d'un nombre pair.

» On connaît déjà v, qui est toujours égal à m, puisque le premier membre de l'équation considérée se compose de $m+1$ termes et ne présente que des variations. Il reste à calculer θ.

» Or, le premier membre en question nous offre une suite ininterrompue de trinômes abaisseurs de la première espèce, car, les termes de la série $u_0, u_1, u_2, u_3, \ldots$ satisfaisant, comme il est facile de l'établir, à l'égalité

$$u_n^2 - u_{n-1}u_{n+1} = -\beta(u_{n-1}^2 - u_{n-2}u_n),$$

les valeurs successives du carré u_n^2 sont alternativement supérieures et inférieures à celles du produit $u_{n-1}u_{n+1}$. Ces trinômes abaisseurs sont d'ailleurs tous distincts. Ils sont aussi tous compatibles : en effet, on peut voir aisément que les valeurs successives de la fraction $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ ne sont autre chose que des valeurs approchées, et de plus en plus approchées, alternativement par excès et par défaut, de l'expression $\frac{1}{2}(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4\beta})$, qui en est la limite; d'où il suit que cette expression est comprise, à la fois, dans tous ces trinômes abaisseurs.

» Cela étant, supposons, en premier lieu, que le degré m de notre

---

[1] Dans la séance du 28 janvier 1884.

équation soit pair et égal à $2k$. Si la suite des trinômes abaisseurs commence avec le premier terme de l'équation, θ est égal à k; la limite supérieure $v - 2\theta$ est égale à zéro, et l'équation n'a aucune racine positive. Si la suite des trinômes abaisseurs commence seulement avec le second terme de l'équation, θ est égal à $k - 1$; la limite supérieure $v - 2\theta$ est égale à 2, et l'équation ou bien a deux racines positives, ou bien n'en a aucune.

» Supposons maintenant m impair et égal à $2k + 1$. Que la suite des trinômes abaisseurs commence alors avec le premier ou avec le second terme de l'équation; cette suite contient toujours k trinômes; la limite $v - 2\theta$ est toujours égale à l'unité : l'équation a une racine positive, ni plus ni moins.

» Comme application de ce qui précède, on peut citer l'équation numérique

$$x^m - x^{m-1} + 2x^{m-2} - 3x^{m-3} + 5x^{m-4} - \ldots = 0,$$

où la valeur absolue de chaque coefficient est la somme des valeurs absolues des deux coefficients qui le précèdent, c'est-à-dire où les valeurs absolues des coefficients forment la série récurrente 1, 1, 2, 3, 5, 8, ..., qui a été imaginée par Cassini, et que l'on désigne d'ordinaire sous le nom de *série de Lamé*.

» Cette équation numérique correspond au cas particulier le plus simple, celui où les nombres u_0, u_1, α et β sont tous égaux à l'unité. Si m est impair, elle n'a qu'une racine réelle, qui est positive; si m est pair, elle n'a que des racines imaginaires. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation différentielle du troisième ordre.* Note de M. E. **Goursat**, présentée par M. Hermite.

« Le problème de la transformation des séries hypergéométriques, tel qu'il a été posé par M. Kummer (*Journal de Crelle*, t. 15), conduit à la recherche des intégrales de l'équation différentielle du troisième ordre

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{z'''}{z'} - \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{z''}{z'}\right)^2 + \dfrac{(1-\nu^2)z^2 + (\lambda^2+\nu^2-\mu^2-1)z + (1-\lambda^2)}{2z^2(z-1)^2}z'^2 \\ \quad = \dfrac{(1-\nu'^2)t^2 + (\lambda'^2+\nu'^2-\mu'^2-1)t + (1-\lambda'^2)}{2t^2(t-1)^2}, \end{cases}$$

qui sont des fonctions algébriques de t. Un calcul facile montre que l'équation (1) est vérifiée par toute intégrale commune aux équations du premier

ordre

$$\frac{A z^2 + B z + C}{z^2(z-1)^2} z'^2 = \frac{A' t^2 + B' t + C'}{t^2(t-1)^2}, \tag{2}$$

$$\frac{z'}{z^l(z-1)^m} = \frac{k}{t^{l'}(t-1)^{m'}}, \tag{3}$$

pourvu que l'on ait

$$\lambda^2 = (l-1)^2 - 4C, \quad \mu^2 = (m-1)^2 - 4(A+B+C), \quad \nu^2 = (l+m-1)^2 = 4A,$$
$$\lambda'^2 = (l'-1)^2 - 4C', \quad \mu'^2 = (m'-1)^2 - 4(A'+B'+C'). \quad \nu'^2 = (l'+m'-1)^2 = 4A'.$$

J'ai déterminé, dans ma Thèse, tous les cas où les équations (2) et (3) admettent une intégrale commune, et calculé ces intégrales. On n'obtient pas ainsi toutes les intégrales algébriques de l'équation (1), mais la méthode que j'avais suivie est susceptible d'être généralisée et appliquée à l'étude des solutions *rationnelles* de l'équation de Kummer. J'ai l'honneur de présenter à l'Académie les résultats que j'ai obtenus.

» Si un des éléments λ, μ, ν doit rester arbitraire, il n'existe pas d'autre intégrale rationnelle que les intégrales déjà connues, qui résultent des équations (2) et (3). Pour qu'il en existe d'autres, il faudra que λ, μ, ν soient les inverses de nombres entiers supérieurs à 1 : $\lambda = \frac{1}{m}$, $\mu = \frac{1}{n}$, $\nu = \frac{1}{p}$. Cette condition étant remplie, la question se ramène à un problème d'Algèbre, qui consiste à former une fonction rationnelle $\varphi(t)$ jouissant des propriétés suivantes :

» 1° Pour toute valeur de a, différente de 0, 1, ∞, l'équation

$$\varphi(t) = a$$

n'a que des racines simples;

» 2° Les racines des trois équations

$$\left\{\begin{array}{l} \varphi(t) = 0, \\ \varphi(t) = 1, \\ \varphi(t) = \infty, \end{array}\right. \tag{4}$$

qui ne sont ni 0, ni 1, ni ∞, sont racines multiples, d'ordre m pour la première, d'ordre n pour la deuxième, d'ordre p pour la troisième. Inversement, toute fonction rationnelle jouissant de ces propriétés sera une intégrale de l'équation (1) pour des valeurs convenables de λ', μ', ν', qui seront réelles et commensurables. Il est visible qu'à chaque fonction $\varphi(t)$ corres-

pond une identité d'une forme simple, telle que

$$(5) \quad \begin{cases} t^r(t-1)^s P^m + Q^n + R^p = 0, \\ t^r P^m + (t-1)^s Q^n + R^p = 0, \end{cases}$$

P, Q, R étant des polynômes en t; et à chaque identité de cette forme correspond aussi une intégrale, sous certaines restrictions relatives au degré des polynômes qui y figurent. Il est aisé d'obtenir un grand nombre de pareilles identités, soit en partant des transformations déjà connues, soit par la méthode des coefficients indéterminés. Voici comment on pourra les grouper. Soit ρ le plus petit des degrés des polynômes P, Q, R; il est commode, pour le calcul, de ranger dans une même catégorie toutes les identités pour lesquelles ρ a la même valeur. Les intégrales d'une même catégorie peuvent être regardées comme les intégrales communes à deux équations différentielles du premier ordre, analogues aux équations (2) et (3). Ces équations sont très utiles pour donner une limite supérieure des nombres r et s et des degrés des polynômes P, Q, R.

» J'ai calculé toutes les identités pour lesquelles le nombre ρ est égal à l'unité; ces identités sont très nombreuses. La plupart se rapportent aux cas d'intégration algébrique de l'équation hypergéométrique. D'autres correspondent aux cas étudiés par M. Halphen (*Comptes rendus*, 4 avril 1881), où la variable est une fonction uniforme du rapport des intégrales, et par là se rattachent à la théorie des fonctions fuchsiennes; je citerai les suivantes, qui sont précisément dans ce cas :

$$(6) \quad (5u^3 + 15u^2 + 10u + 2)^2 - 4(2u+1)^5 = u^4(25u^2 + 22u + 5),$$

où

$$u = \frac{4\sqrt{-1}}{25}t - \frac{11 + 2\sqrt{-1}}{25};$$

$$(7) \quad \begin{cases} 16(3u^3 + 10u^2 + 8u + 4)^3 - (63u^4 + 140u^3 + 168u^2 + 96u + 32)^2 \\ \quad = 9u^7(48u^2 + 39u + 24), \end{cases}$$

où

$$u = \frac{7\sqrt{7}\sqrt{-1}}{16}t - \frac{13 + 7\sqrt{7}\sqrt{-1}}{32};$$

$$(8) \quad \begin{cases} (t^6 + 126t^5 - 1041t^4 + 1764t^3 - 1041t^2 + 126t + 1)^2 \\ \quad - 432t(1-t)^2(1+t)^8 \\ \quad = (t^4 - 60t^3 + 134t^2 - 60t + 1)^3. \end{cases}$$

» On a respectivement pour valeurs de λ, μ, ν, λ', μ', ν' dans ces trois

exemples

$$\lambda = \tfrac{1}{2},\quad \mu = \tfrac{1}{5},\quad \nu = \tfrac{1}{4},\quad \lambda' = \mu' = \tfrac{1}{4},\qquad \nu' = \tfrac{1}{5};$$
$$\lambda = \tfrac{1}{2},\quad \mu = \tfrac{1}{3},\quad \nu = \tfrac{1}{7},\quad \lambda' = \mu' = \tfrac{1}{7},\qquad \nu' = \tfrac{1}{2};$$
$$\lambda = \tfrac{1}{2},\quad \mu = \tfrac{1}{3},\quad \nu = \tfrac{1}{8},\quad \lambda' = \tfrac{1}{8},\quad \mu' = \tfrac{1}{4},\quad \nu' = \tfrac{1}{8}.$$

» La catégorie précédente comprend, comme cas particuliers, les transformations trouvées par M. Brioschi pour l'équation de l'icosaèdre (*Annàli di Matematica*, t. X, 2e série, p. 127).

» Je ferai encore la remarque suivante. Dans les identités (5), on peut supposer que l'un des nombres m, n, ρ soit nul; alors l'élément correspondant n'est assujetti à aucune condition : c'est précisément le cas que j'ai étudié dans ma Thèse. Il peut aussi arriver que l'un des deux nombres r, s, ou même tous les deux soient nuls; mais il est à remarquer que cette circonstance ne pourra se présenter que dans les cas d'intégration algébrique, et elle se présente en effet. Si l'on a à la fois $r = s = 0$, on retrouve les identités signalées par M. Halphen au début de la Communication déjà citée. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une courbe élastique*. Note de M. **Halphen**, présentée par M. Maurice Lévy.

« M. Maurice Lévy a montré [1] qu'une verge élastique, de forme circulaire, soumise à une pression toujours normale et uniforme dans toute sa longueur, se place en équilibre suivant une courbe *dont la courbure en chaque point est une fonction linéaire du carré de la distance de ce point à un centre fixe*. Il en a conclu que les questions concernant l'équilibre de la verge se ramènent à des problèmes sur les fonctions elliptiques. Effectivement, l'arc s, le rayon vecteur r et l'angle polaire θ de la courbe d'équilibre sont liés ainsi :

$$(1)\qquad ds = \frac{r\,dr}{\sqrt{r^2 - (Ar^4 + Br^2 + C)^2}},\quad d\theta = \frac{dr}{r}\,\frac{Ar^4 + Br^2 + C}{\sqrt{r^2 - (Ax^4 + Br^2 + C)^2}}.$$

» Les constantes B, C ne sont pas données; elles dépendent des conditions du problème, mais la constante A est donnée; son expression est $\frac{p}{8\mathrm{EI}}$,

[1] *Sur un nouveau cas intégrable du problème de l'élastique et l'une de ses applications* (*Comptes rendus*, t. XCVII, p. 694; et *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 3e série, t. X, p. 5).

p étant la pression, E le coefficient d'élasticité et I le moment d'inertie de la section droite par rapport à un axe, mené au centre de gravité de la section, perpendiculairement au plan de la courbe.

» Avec les notations des fonctions elliptiques adoptées par M. Weierstrass, l'inversion des formules (1) se fait comme il suit. La lettre u désigne une variable), v et α des constantes. Ces quantités sont réelles ainsi que les invariants g_2, g_3,

$$(2)\quad \left\{ \begin{aligned} & s = \alpha p'(v)u, \quad r^2 = \alpha^2\left[p(v) - p\left(\frac{v}{2} - iu\right)\right]\left[p(v) + p\left(\frac{v}{2} + iu\right)\right], \\ & \theta = 2\frac{\sigma'(v)}{\sigma(v)}u + \frac{1}{2i}\log\frac{\sigma\left(\frac{v}{2} - iu\right)\sigma\left(\frac{3v}{2} - iu\right)}{\left(\frac{v}{2} + iu\right)\sigma\left(\frac{3v}{2} + iu\right)}. \end{aligned} \right.$$

» Voici les expressions des constantes primitives : $\psi_3(v)$ désigne la fonction relative à la multiplication par 3, savoir $\psi_3(v) = \frac{\sigma(3v)}{\sigma(v)^9}$.

$$A = \frac{1}{2\alpha^3 p'(v)^2}, \quad B = -\frac{p''(v)}{2\alpha p'(v)^2}, \quad C = -\frac{\alpha\psi_3(v)}{p'(v)^2}.$$

» Pour le cas où la figure primitive de la verge est un anneau, M. Maurice Lévy a précisé le problème ainsi : *La courbe doit être fermée et avoir un périmètre donné.* Il l'a résolu par l'emploi direct des formules (1). J'ai traité le même problème au moyen des formules inverses (2), et je vais brièvement indiquer les résultats.

» Les équations (2) représentent des courbes très variées, qui peuvent avoir des points doubles ou être formées de plusieurs parties distinctes. Ces cas doivent être écartés ici : pour ce but, il faut supposer le discriminant $g_2^3 - 27g_3^2$ négatif, c'est-à-dire les périodes $2K'$ et $K + iK'$, K et K' étant réels et positifs. En outre, l'argument v, qui, en général, peut sans restriction être choisi entre K' et 2K', doit être moindre que $\frac{4}{3}K'$. En posant

$$q = e^{-\pi\frac{K'}{K}}, \quad h = e^{-\frac{\pi(v - K')}{K}},$$

on exprime la condition de fermeture en fonction d'un nombre positif et entier n par l'égalité

$$(3)\quad \frac{1}{n} = \frac{1-h}{1+h} - 2\left[\frac{q}{1+q}\left(\frac{1}{h} - h\right) + \frac{q^2}{1-q^2}\left(\frac{1}{h^2} - h^2\right) + \frac{q^3}{1+q^3}\left(\frac{1}{h^3} - h^3\right) + \cdots\right].$$

» Comme h et q sont positifs et moindres que l'unité, le second membre est moindre que l'unité. Donc, *s'il y a déformation, le nombre n est, au moins,*

égal à 2, comme l'a trouvé M. Maurice Lévy. Le périmètre S est donné ainsi :

$$(4)\quad \begin{cases} A\left(\dfrac{S}{n\pi}\right)^3 = 4h\dfrac{1-h}{(1+h)^3} \\ \qquad + 4\left[\dfrac{q}{1+q}\left(\dfrac{1}{h}-h\right)+\dfrac{4q^2}{1-q^2}\left(\dfrac{1}{h^2}-h^2\right)+\dfrac{9q^3}{1+q^3}\left(\dfrac{1}{h^3}-h^3\right)+\cdots\right]. \end{cases}$$

» De là se déduit aisément un minimum pour AS^3. Soit $\frac{1}{n'} = \frac{1-h}{1+h}$, on a

$$A\left(\frac{S}{\pi}\right)^3 > n^3\frac{n'^2-1}{n'^3} + 2n^3\left(\frac{1}{n'}-\frac{1}{n}\right).$$

» Or, le second membre décroît constamment pour n' croissant à partir de l'unité. Comme n' est compris entre 1 et n, la plus petite valeur qu'on puisse supposer au second membre correspond à l'hypothèse $n' = n$. Donc

$$A\left(\frac{S}{\pi}\right)^3 > n^2 - 1.$$

» La supposition $n = 2$ donne le nombre 3 pour le minimum absolu. D'après l'expression de A, donnée plus haut, si l'on fait $S = 2\pi R$, on a

$$\frac{pR^3}{EI} > 3.$$

» Donc *toute déformation est impossible si l'on a pris* $\frac{pR^3}{EI} < 3$. C'est le résultat que M. Maurice Lévy a annoncé comme *probable*.

» La limite (n^2-1) ne peut être atteinte que si q est nul : les fonctions elliptiques disparaissent et la déformation est nulle. C'est ce qui se vérifie dans les formules ci-après, où l'on trouvera, sous forme explicitement réelle, les éléments de la courbe. La variable u a été remplacée par $\frac{Kx}{\pi}$, et x est compris entre zéro et π. La courbe a pour axes de symétrie les rayons aboutissant aux sommets d'un polygone régulier de $2n$ côtés; les formules donnent la portion de courbe répondant aux angles polaires de zéro à $\frac{\pi}{n}$, ce qui suffit à cause de la symétrie.

$$(5)\qquad s = \frac{S}{2n\pi}x.$$

$$(6)\quad \theta = \begin{cases} \dfrac{x}{n} + x - \operatorname{arc\,tang}\left(\dfrac{1-\sqrt{h^3q}}{1+\sqrt{h^3q}}\operatorname{tang}\dfrac{x}{2}\right) - \operatorname{arc\,tang}\left(\dfrac{1+\sqrt{hq}}{1-\sqrt{hq}}\operatorname{tang}\dfrac{x}{2}\right) \\ \quad + \displaystyle\sum_{m=1}^{m=\infty}\frac{1}{m}\frac{1-(h^3q)^m}{1+(-1)^{m+1}q^m}\left(\frac{q}{h^3}\right)^m \sin mx - \sum_{m=1}^{m=\infty}\frac{(-1)^{m+1}}{m}\frac{1-(hq)^m}{1+(-1)^{m+1}q^m}\left(\frac{q}{h}\right)^m \sin mx. \end{cases}$$

» Parmi les divers modes de développement que fournit la théorie des fonctions elliptiques, j'ai choisi ce dernier parce qu'il met en évidence la condition nécessaire, dont j'ai parlé plus haut, $v < \frac{4}{3}K'$. En effet, cette condition équivaut à $q < h^3$; elle est exigée pour la convergence du développement (6).

» L'expression du rayon vecteur se compose avec deux séries

$$r = \frac{2}{A}\left(\frac{n\pi}{S}\right)^2 \sqrt{M^2 + N^2},$$

$$M = \begin{cases} \dfrac{h}{(1+h)^2} - \displaystyle\sum_{m=1}^{m=\infty} \frac{mq^m}{1+(-1)^{m+1}q^m}\left(\frac{1}{h^m} + h^m\right) \\ +\sqrt{qh}\,\dfrac{(1+qh)\cos x - 2\sqrt{qh}}{(1+qh-2\sqrt{qh}\cos x)^2} - \displaystyle\sum_{m=1}^{m=\infty}(-1)^{m+1}\,m\,\frac{1+(qh)^m}{1+(-1)^{m+1}q^m}\left(\frac{q}{h}\right)^{\frac{m}{2}}\cos mx, \end{cases}$$

$$N = \sqrt{qh}\,\frac{(1-qh)\sin x}{(1+qh-2\sqrt{qh}\cos x)^2} + \sum_{m=1}^{m=\infty}(-1)^{m+1}\,m\,\frac{1-(qh)^m}{1+(-1)^{m+1}q^m}\left(\frac{q}{h}\right)^{\frac{m}{2}}\sin mx.$$

» Cette dernière formule donne, avec (5) et (6), les éléments de la courbe en fonction du paramètre x variable et des constantes positives q, h, astreintes aux conditions $h < 1$, $q < h^3$, liées, en outre, par les égalités (3) et (4) aux données, qui sont AS^3 et le nombre entier n. »

THERMODYNAMIQUE. — *Sur la détente adiabatique de la vapeur d'eau.* Note de M. **Paul Charpentier**, présentée par M. Debray.

« Nous avons précédemment établi ([1]) que le poids ψ de vapeur persistant à la fin de la détente *adiabatique* d'un poids $v\gamma_t$ de vapeur d'eau, sèche et saturée, était donné par la relation

$$(1) \qquad \psi = \frac{Apu_{t_1}}{Apu_t}\,v\gamma_t,$$

et qu'en outre on pouvait écrire en attribuant toujours une valeur constante au coefficient de dilatation α

$$(2) \qquad \psi = \frac{v\gamma_t(J_t - q_{t_1}) - \dfrac{Apv}{\mu-1}\left(1 - \dfrac{p_1}{p}^{\frac{\mu-1}{\mu}}\right)}{J_{t_1} - q_{t_1}}.$$

([1]) *Comptes rendus*, séance du 14 janvier 1884.

On tire de là

(3) $$AT = v\gamma_t\left[J_t - \left(1 - \frac{Apu_{t_1}}{Apu_t}\right) q_{t_1} - \frac{Apu_{t_1}}{Apu_t} J_{t_1}\right].$$

» Si nous posons

(4) $$\psi' = \frac{\psi}{v\gamma_t},$$

le rapport de détente ε sera

(5) $$\varepsilon = \frac{\psi' u_{t_1} + \sigma}{u_t + \sigma},$$

σ étant le volume de l'unité de poids du liquide, qui pour l'eau peut être regardé comme sensiblement constant et égal à $0^{mc},001$. Enfin, de l'équation $pv^\mu = p_1 v_1^\mu$, nous tirerons

(6) $$\mu = \frac{\log \frac{p}{p_1}}{\log \frac{\psi' u_{t_1} + \sigma}{u_t + \sigma}}.$$

» Les diverses pressions initiales qu'il peut être utile de considérer en pratique varient de $p = 10^{atm}$ à $p = 0^{atm},1$; et les pressions finales p_1 peuvent être prises égales à $p_1 = 0^{atm},1$ ou à $p_1 = 1^{atm},1$, suivant que la machine est ou non à condensation.

» Dans ces conditions, le calcul donne le Tableau suivant, pour les valeurs de ψ', ε et μ correspondantes à la détente *adiabatique* de 1^{kg} de vapeur d'eau sèche et saturée, entre les pressions p et p_1 :

Pressions initiales.	Pressions finales					
	$p_1 = 0^{atm},1$			$p_1 = 1^{atm},1$		
p.	ψ'.	ε.	μ.	ψ'.	ε.	μ.
atm	kg			kg		
10......	0,77094	59,140	1,12874	0,87870	6,98374	1,13569
9......	0,77556	»	»	0,88396	»	»
8......	0,78080	48,578	1,12846	0,88994	5,749	1,13442
7......	0,78686	»	»	0,89685	»	»
6......	0,79374	37,698	1,12804	0,90494	4,463	1,13412
5......	0,80250	»	»	0,91467	»	»
4......	0,81313	26,389	1,12708	0,92679	3,123	1,13365
3......	0,82713	»	»	0,94274	»	»
2......	0,84718	14,339	1,12498	0,96562	1,697	1,13044
1,1....	0,87736	»	»	1,00000	1,000	1,00000
0,5....	0,91788	»	»	»	»	»
0,2....	0,96464	1,861	1,11596	»	»	»
0,1....	1,00000	1,000	1,00000	»	»	»

» Ce Tableau nous montre que la valeur de l'exposant μ n'est pas constante, et que sa limite minimum est égale à l'unité. Au point de vue théorique, on ne saurait donc prendre pour μ une valeur moyenne. Quant au point de vue pratique, nous savons que des phénomènes d'échange de chaleur particuliers, échappant au calcul et s'opposant à ce que la détente soit adiabatique, priment complètement l'importance que cette valeur de μ peut avoir dans l'établissement des formules.

» Dans la détente *adiabatique* de la vapeur d'eau sèche et saturée, le travail externe total produit T peut se décomposer en deux parts : l'une Θ^d correspondante à la chaleur disparue $A\Theta^d$ par suite de la détente du poids de vapeur $v\gamma_t$; l'autre Θ^c correspondante à la chaleur latente $A\Theta^c$ abandonnée par le poids de vapeur $v\gamma_t - \psi$, condensé pendant la durée du phénomène.

» On a évidemment

$$(7) \qquad A\Theta^d = (J_t - J_{t_1})v\gamma_t$$

et

$$(8) \qquad A\Theta^c = (v\gamma_t - \psi)(J_{t_1} - q_{t_1}).$$

Les valeurs numériques que nous venons d'établir nous permettent maintenant de tracer le Tableau suivant, dans lequel les valeurs AT', $A\Theta^{d'}$, $A\Theta^{c'}$ seront afférentes à la détente adiabatique de 1^{kg} de vapeur d'eau sèche et saturée :

Pressions initiales	Pressions finales					
	$p_1 = 0^{atm},1$			$p_1 = 1^{atm},1$		
p.	$A\Theta^{d'}$.	$A\Theta^{c'}$.	AT'.	$A\Theta^{d'}$.	$A\Theta^{c'}$.	AT'.
atm	cal	cal	cal	cal	cal	cal
10	30,364	123,429	153,793	18,098	59,944	78,042
9	29,253	120,939	150,192	16,987	57,345	74,332
8	28,047	118,116	146,163	15,781	54,389	70,170
7	26,729	114,850	141,579	14,463	50,975	65,438
6	25,265	111,143	136,408	12,999	46,977	59,976
5	23,605	106,422	130,027	11,339	42,168	53,507
4	21,676	100,695	122,371	9,410	36,179	45,589
3	19,336	93,151	112,487	7,070	28,297	35,367
2	16,292	82,342	98,634	4,026	16,990	21,016
1,1	12,266	66,085	78,351	0,000	0,000	0,000
0,5	7,654	44,250	51,904	»	»	»
0,2	3,043	19,054	22,097	»	»	»
0,1	0,000	0,000	0,000	»	»	»

» Ce Tableau numérique fait voir clairement l'importance de la quantité $A\Theta^e$ qui serait la chaleur réellement récupérée sur la grande perte ρ si la détente était rigoureusement *adiabatique*.

» Dans nos machines actuelles, cette quantité de chaleur $A\Theta^e$ ne peut être transformée, même partiellement, en travail utile externe, car elle est communiquée aux parois qu'elle réchauffe; elle sert ainsi uniquement à combattre en partie l'influence si néfaste du refroidissement, qui est la conséquence de la communication du cylindre avec le condenseur pendant la période d'échappement.

» Nous devons donc en tirer cette première conclusion, que tous les efforts des praticiens devraient tendre à obtenir, dans les cylindres, des détentes aussi complètement *adiabatiques* que possible.

» C'est le seul moyen, dans l'état actuel de la Science, de récupérer une faible partie de l'énorme perte de chaleur ρ, en attendant que nous ayons pu trouver un nouveau mode d'emploi de la vapeur d'eau. »

THERMOCHIMIE. — *Recherches sur le fluorhydrate de fluorure de potassium et sur ses états d'équilibre dans les dissolutions.* Note de M. **Guntz**, présentée par M. Berthelot.

« J'ai montré précédemment que la chaleur de formation du fluorhydrate de fluorure de potassium, à partir du fluorure de potassium solide et de l'acide fluorhydrique gazeux, est considérable et qu'on a

$$\text{KF solide} + \text{HF gaz} = \text{KF HF solide} \ldots\ldots\ldots \quad +21^{\text{Cal}},04$$

Au contraire, en dissolution, vers 10°, on a

KF dissous	$(1^{\text{éq}} = 1^{\text{kg}})$ + HF dissous	$(1^{\text{éq}} = 1^{\text{kg}})$ = KF, HF dissous...		$-0^{\text{Cal}},35$
»	$(1^{\text{éq}} = 2^{\text{kg}})$ »	$(1^{\text{éq}} = 2^{\text{kg}})$	» ...	$-0,33$
»	$(1^{\text{éq}} = 4^{\text{kg}})$ »	$(1^{\text{éq}} = 4^{\text{kg}})$	» ...	$-0,33$

» Ce nombre négatif résulte de la compensation qui s'établit entre les chaleurs de dissolution des composants et celles des composés : la réaction n'ayant un caractère complet que lorsqu'elle est calculée en dehors de l'intervention d'un corps étranger, tel qu'un dissolvant.

» A cet effet, j'ai fait réagir les solutions de fluorure de potassium sur les solutions d'acide fluorhydrique, en variant les proportions relatives des composants, fluorures, acide fluorhydrique et eau, suivant la méthode déjà employée par M. Berthelot (*Mécanique chimique*, t. II, p. 319) pour éta-

blir la constitution du bisulfate de potasse dissous et pour en déduire le calcul du partage de la potasse entre l'acide sulfurique et les autres acides.

» Les solutions dont j'ai fait usage étaient titrées, de façon à renfermer un demi-équivalent de la substance dans 2^{kg} de solution. J'ai évité soigneusement, dans ces expériences, l'emploi du verre, qui est attaqué par les solutions des fluorures; l'une des solutions était pesée directement dans le calorimètre, l'autre dans une bouteille de gutta. Les deux thermomètres étaient protégés par une gaine de platine remplie de mercure.

» Faisons varier d'abord la proportion d'eau dissolvant le fluorhydrate. Diluons pour cela une solution concentrée de ce sel. Je suis parti d'une solution contenant $2^{éq}$ par litre, c'est-à-dire 156^{gr} par litre, ce qui fait une solution à peu près saturée; j'ai déterminé les chaleurs spécifiques des solutions contenant

$1^{éq}$ par litre .... $c = 0,949$
$\frac{1}{2}$éq. » .... $c' = 0,976$

» On trouve [1] que

$1^{éq}$ de KFHF ($2^{éq}$ par litre),	amené à	$1^{éq} = 1^{lit}$,	dégage...	$-0,225$
» ($1^{éq} = 1^{lit}$)	»	$1^{éq} = 2^{lit}$	» ...	$-0,080$
» ($1^{éq} = 2^{lit}$)	»	$1^{éq} = 4^{lit}$	» ...	± 0

» Ces nombres montrent que la dilution fait varier la proportion du fluorhydrate de fluorure réel dans sa dissolution.

» Si l'on admet que la production de ce composé dissous réponde à une absorption de chaleur, on voit que la dose existant réellement diminue avec la dilution, comme on devait s'y attendre.

» Soit maintenant le fluorure de potassium dissous ($1^{éq} = 2^{kg}$); ajoutons à la liqueur des équivalents successifs d'acide fluorhydrique, nous obtiendrons les résultats suivants :

KF ($1^{éq} = 2^{kg}$),	agissant sur	HF ($1^{éq} = 2^{kg}$),	absorbe, vers 10°..........	$-0,33$
KF	»	$\frac{5}{2}$ HF	»	$-0,51$
KF	»	5 HF	»	$-0,78$

» La chaleur mise en jeu varie avec les proportions relatives d'acide et

---

(1) J'ai trouvé encore, pour la dilution du fluorure neutre,

$KF(2^{éq} = 1^{lit}) + \text{eau} = KF(1^{éq} = 1^{lit})$ .... $-0,116$
$KF(1^{éq} = 1^{lit})$ » $(1^{éq} = 2^{lit})$ .... $-0,060$

Au delà, les effets de la dilution deviennent insensibles.

de fluorure, et l'absorption de chaleur croît avec la proportion d'acide, ce qui indique un accroissement de la dose de fluorhydrate de fluorure. On peut admettre que le nombre — 0,78, obtenu en présence d'un grand excès d'acide, correspond à une transformation aussi avancée que possible, eu égard à la proportion d'eau présente, du fluorure neutre en fluorhydrate réel dans la solution et chercher le rapport entre la quantité actuellement transformée dans une liqueur quelconque et la proportion maximum ([1]). Ce rapport serait celui de $\frac{2}{5}$, par exemple, dans la liqueur qui renferme équivalents égaux de sel neutre et d'acide.

» Examinons maintenant l'influence de l'autre composant.

» A la solution d'acide fluorhydrique ajoutons des équivalents successifs de fluorure neutre; nous obtenons les nombres suivants :

HF ($1^{éq} = 2^{kg}$), agissant sur	KF ($1^{éq} = 2^{kg}$),	dégage, vers 10°	....	— 0,33
HF	» $\frac{5}{2}$KF	»	....	— 0,36
HF	» 5KF	»	....	— 0,54

» On voit qu'il se produit encore de nouvelles absorptions de chaleur, croissant aussi avec la proportion du sel neutre. C'est ce qui doit être, la présence d'un excès de sel neutre tendant à accroître la proportion de l'acide combiné et la production du sel acide; de même que la présence d'un excès d'acide, mais suivant une progression un peu plus faible que dans la série précédente. En effet, le rapport n'atteindrait pas tout à fait le double en présence de $5^{éq}$ de fluorure neutre. La présence d'un excès de l'un ou de l'autre des composants modifie l'équilibre et augmente la proportion combinée; précisément comme l'ont établi, il y a vingt ans, MM. Berthelot et Péan de Saint-Gilles pour les équilibres qui président à la formation des éthers; l'influence de l'acide est supérieure, dans les deux cas, à celle de l'autre composant, sel neutre ou alcool.

» En résumé, dans une liqueur renfermant équivalents égaux de fluorure de potassium et d'acide fluorhydrique, au degré de dilution envisagé, la dissociation est deux fois aussi avancée que dans un mélange de même concentration renfermant un grand excès de sel neutre, deux fois et demie aussi avancée qu'en présence d'un grand excès d'acide. Ces résultats sont analogues à ceux que M. Berthelot avait obtenus pour l'état du bisulfate de potasse dissous. Ils peuvent servir de même à évaluer les

---

([1]) Celle-ci ne répond pas à une combinaison intégrale, l'eau ayant toujours pour effet de dissocier une fraction du sel.

partages de la potasse entre l'acide fluorhydrique et un autre acide mis en présence dans la dissolution. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les dérivés nitrés de l'hydrure d'éthylène.* Note de M. A. Villiers, présentée par M. Berthelot.

« 1. J'ai décrit (*Comptes rendus*, t. XCVII, p. 258) un premier dérivé de réduction de la combinaison potassique du bromure d'éthylène tétranitré $C^4Br^2(AzO^4)^4$, 2KO. Ce dérivé, obtenu par l'action du sulfhydrate d'ammoniaque sur ce dernier, a pour formule $C^4K^2(AzO^4)^4$. Il diffère de ce dernier en ce qu'il ne contient plus de brome et que le potassium formé par la réduction de la potasse en est venu prendre la place.

» J'ai essayé de poursuivre l'action réductrice de l'acide sulfhydrique : j'ai obtenu une base contenant du potassium et du soufre, et qui forme avec le chlorure de platine un très beau chloroplatinate; mais je ne l'ai pas encore obtenu en assez grande quantité pour pouvoir l'analyser.

» 2. J'ai aussi étudié l'action de l'acide sulfureux sur la combinaison potassique du bromure d'éthylène tétranitré. L'acide sulfureux ne peut être employé à l'état libre, car il donne une réduction complète avec production d'ammoniaque, d'acide bromhydrique et d'acide cyanhydrique. J'ai employé du sulfite de potasse additionné de carbonate de potasse. Il suffit de pulvériser le composé dans un mortier avec une solution de ces deux sels. Il change immédiatement d'aspect et prend une couleur jaune-soufre, en même temps qu'il se dégage de l'acide carbonique. Le produit jeté sur un filtre, essoré et redissous dans l'eau bouillante, cristallise par refroidissement en beaux cristaux, souvent groupés autour d'un axe, légèrement colorés en jaune-soufre et présentant des reflets blancs brillants.

» Ce corps n'est autre chose que la combinaison du composé $C^4K^2(AzO^4)^4$ avec le sulfate de potasse. Il a pour formule

$$2C^4K^2(AzO^4)^4 + 3KOSO^3,$$

ainsi que le montrent les résultats suivants de l'analyse :

	Trouvé.	Calculé.
Az	14,09	13,44
K	32,50	32,77
SO^3	14,73	14,41

» J'ai du reste obtenu la même combinaison en unissant directement le sulfate de potasse au composé $C^4K^2(AzO^4)^4$, obtenu par le sulfhydrate

d'ammoniaque. J'ai ainsi obtenu des cristaux identiques (potassium trouvé : 32,91 pour 100). Ce composé détone vers 210°, à peu près à la même température que le corps $C^4K^2(AzO^4)^4$.

» En traitant par le chlorure de baryum, en solution chaude et concentrée, le composé $2C^4K^2(AzO^4)^4 + 3KOSO^3$, on obtient le corps $C^4K^2(AzO^4)^4$, qui cristallise par refroidissement en beaux cristaux brillants d'une couleur jaune clair (potassium trouvé : 27,13 pour 100; calculé, 27,27). C'est là un procédé de préparation facile de ce corps [1].

» Dans l'action du sulfate de potasse, il se forme d'après l'équation

$$C^4Br^2(AzO^4)^4 2KO + 4SO^2KO + 2HO$$
$$= C^4K^2(AzO^4)^4 + 4SO^3KO + 2HBr.$$

» C'est à cause de la production de l'acide bromhydrique qu'il est nécessaire d'ajouter du carbonate au sulfite de potasse, sinon la liqueur deviendrait acide et la réduction totale.

» 3. La formation du corps $C^4K^2(AzO^4)^4$ par l'action de l'acide sulfureux donne lieu à une remarque intéressante. La réaction se produit en donnant le rendement théorique, et un équivalent du composé

$$C^4Br^2(AzO^4)^4 2KO$$

exige, pour se transformer en $C^4K^2(AzO^4)^4$, $4^{éq}$ d'acide sulfureux. Je me suis assuré de ce fait en faisant agir sur le composé $C^4Br^2(AzO^4)^4 2KO$ une solution étendue de sulfite et de bicarbonate de potasse, saturée d'acide carbonique, et en y dosant l'acide sulfureux par la teinture d'iode avant et après; j'ai vérifié, d'autre part, que la teinture d'iode employée était, *dans les conditions de l'analyse,* sans action sur le corps formé par réduction. J'ai obtenu en effet les mêmes résultats en ajoutant un poids quelconque de celui-ci :

» Avec une solution d'iode contenant, pour 1^{cc}, $0^{gr},02099$ d'iode, 10^{cc} de la solution de sulfite de potasse exigeaient $34^{cc},1$; 10^{cc} de la solution $+ 0^{gr},1$ de $C^4Br^2(AzO^4)^4, 2KO$ en solution, $28^{cc},7$.

» La réduction avait donc absorbé l'acide sulfureux correspondant à un poids d'iode égal à $5,4 \times 0^{gr},02099 = 0^{gr},113$ (calculé pour $4^{éq}$ de sulfite, $0^{gr},110$).

---

(1) Les cristaux que j'avais décrits précédemment comme étant d'une couleur brune étaient souillés par une matière étrangère instable.

» J'insiste sur ce fait, car il montre avec quelle facilité le potassium vient prendre la place du brome dans la réaction précédente.

» La transformation inverse se fait avec la même facilité, car le brome réagit sur le composé $C^4K^2(AzO^4)^4$ additionné de potasse, en donnant naissance au corps primitif, d'après l'équation

$$C^4K^2(AzO^4)^4 + 4Br + 2HO = C^4Br^2(AzO^4)^4 2KO + 2HBr.$$

» Il en est de même du chlore et de l'iode, ce qui donne le moyen de préparer le chlorure et l'iodure d'éthylène tétranitré. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le nombre probable des rosanilines homologues et des rosanilines isomères.* Note de MM. **A. Rosenstiehl** et **M. Gerber**, présentée par M. Friedel.

« Nous rappelons qu'en oxydant un mélange d'aniline et de paratoluidine on obtient une rosaniline qui, d'après MM. Émile et Otto Fischer, ne contient que 19^{at} de carbone; elle résulte du concours de 2^{mol} d'aniline et de 1^{mol} de paratoluidine; on sait encore que, si l'une des molécules d'aniline est remplacée par 1^{mol} d'orthotoluidine, il se forme une rosaniline contenant 20^{at} de carbone. Nous avons montré, en outre [1], qu'on peut remplacer les 2^{mol} d'aniline par 2^{mol} d'orthotoluidine, et la paratoluidine elle-même par l'α-métaxylidine : on obtient ainsi une rosaniline contenant 22^{at} de carbone, ce que nous avons mis hors de doute en transformant cette rosaniline en un hydrocarbure $C^{22}H^{22}$, le *métatritolylméthane,*

$$2C^7H^9Az + C^8H^{11}Az + 3O = C^{22}H^{25}Az^3O + 2H^2O.$$

» L'existence d'une série de rosanilines homologues n'est donc plus douteuse, puisque les quatre premiers termes sont bien connus. En réunissant les données expérimentales que l'on trouve dans les travaux de M. Hofmann [2] et dans les nôtres, on arrive à conclure que le nombre total des rosanilines qui ont été préparées est de neuf, dont six homologues et trois isomères.

» Quelque grand que paraisse déjà ce nombre, nous allons faire voir qu'il n'est qu'une petite fraction de celui qui représente l'ensemble des

---

(1) *Comptes rendus,* t. XCIV, p. 1319; t. XCV, p. 238.

(2) *Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft,* t. VIII, p. 61.

rosanilines dont on peut prévoir dès maintenant l'existence. Pour déterminer ce chiffre, nous admettons que, pendant l'oxydation, les homologues supérieurs de la paratoluidine et de l'aniline ne perdent pas CH^3, mais que tous les atomes de carbone se retrouvent dans la rosaniline correspondante. Nous ne connaissons aucun fait qui contredise cette proposition, mais nous en avons signalé plusieurs qui l'appuient. Nous n'envisagerons que les rosanilines qui résultent du concours de deux alcaloïdes; car nous avons prouvé que la rosaniline ordinaire, que l'industrie produit avec un mélange de trois alcaloïdes, peut aussi être obtenue avec deux seulement, l'aniline et l'α-métaxylidine. Nous bornerons la discussion aux seules amidométhylbenzines, aucun fait ne nous permettant de nous rendre compte du rôle des éthylbenzines et homologues.

» Nous avons montré précédemment que, parmi les amines dont nous avons expérimenté l'aptitude à former des rosanilines, on peut distinguer trois catégories, correspondant aux trois amidotoluènes isomères. A la première catégorie appartiennent la paratoluidine, l'α-métaxylidine, la mésidine et l'amidopentaméthylbenzine. Leur rôle est de fournir le carbone du méthane, d'après MM. Émile et Otto Fischer. Leur caractère distinctif, au point de vue de leur constitution, est le suivant :

» 1° L'un des groupes CH^3 est, par rapport à AzH^2, dans la situation *para;*

» 2° La situation des autres groupes CH^3 est indifférente.

» Sur les vingt amidométhylbenzines dont l'existence est admise, dix remplissent ces conditions.

» A la deuxième catégorie appartiennent l'aniline, l'orthotoluidine, la γ-métaxylidine $C^6H^3(\underset{1}{AzH^2})(\underset{2}{CH^3})(\underset{6}{CH^3})$.

» Leur constitution présente les particularités suivantes :

» Dans le groupe phényle, l'atome d'hydrogène qui, par rapport à AzH^2, est dans la position *para* (4), n'est pas remplacé par CH^3 ; mais cette condition, qui est nécessaire, n'est pas suffisante : il faut, en outre, que, pour les homologues de l'aniline, CH^3 soit avec AzH^2 dans la situation ortho, comme dans l'orthotoluidine et dans la γ-métaxylidine. Si aucun des atomes d'hydrogène 2 et 6 n'est remplacé par CH^3, ainsi que cela a lieu pour la métatoluidine et la xylidine $C^6H^3(\underset{1}{AzH^2})(\underset{3}{CH^3})(\underset{5}{CH^3})$, l'alcaloïde est impropre à la production des rosanilines et appartient à une troisième catégorie.

» Il se présente ici une incertitude que nous devons signaler.

» A quelle catégorie appartiendrait un alcaloïde de la composition

$$C^6H^3(\underset{1}{AzH^2})(\underset{2}{CH^3})(\underset{3}{CH^3}),$$

contenant un CH^3 à la place du deuxième atome d'hydrogène et un CH^3 à la troisième place, qui serait à la fois un ortho et un méta dérivé?

» Nous ne possédons actuellement aucun fait expérimental propre à résoudre cette question, ce qui nous oblige à envisager successivement les deux cas.

» Si CH^3, dans la position 3, n'est pas un obstacle à la formation des rosanilines, l'alcaloïde le plus complexe appartenant à cette catégorie sera l'amidotétraméthylbenzine

$$C^6(\underset{1}{AzH^2})(\underset{2}{CH^3})\underset{3}{CH^3})\underset{4}{H}(\underset{5}{CH^3})(\underset{6}{CH^3}).$$

» Dès lors, la rosaniline la plus élevée de la série résultera du concours de 1^{mol} d'amidopentaméthylbenzine et de 2^{mol} de tétraméthylbenzine amidée

$$C^{11}H^{17}Az + 2C^{10}H^{15}Az + 3O = 2H^2O + C^{31}H^{43}Az^3O;$$

elle contiendra 31^{at} de carbone et sera le dernier terme d'une série de treize homologues; mais l'isomérie augmente ce chiffre dans une mesure considérable; en discutant l'une après l'autre les vingt amidométhylbenzines dont l'existence est admise, on trouve qu'il y a huit orthodérivés qui, avec les dix paradérivés, pourront produire quatre-vingts rosanilines.

» En envisageant le deuxième cas, on arrive à un minimum. S'il faut en effet que, dans deux groupes C^6R^4 de la rosaniline, les atomes 3 et 5 ne soient pas remplacés par CH^3, il n'est guère possible qu'une triméthylbenzine puisse fournir un alcaloïde de la deuxième catégorie, puisque l'un des trois CH^3 se trouverait nécessairement à la place 3 ou 5. C'est donc parmi les diméthylbenzines amidées que se trouverait le terme supérieur de cette série d'homologues, qui ne comprendrait guère que trois amines : l'aniline, l'orthotoluidine et la γ-métaxylidine.

» La rosaniline la plus élevée de la série des rosanilines homologues résulterait du concours de

$$C^{11}H^{17}Az + 2C^8H^{11}Az + 3O = C^{27}H^{35}Az^3O + 2H^2O,$$

et la série des homologues de la rosaniline ne renfermerait que neuf termes. Avec les isoméries possibles, leur nombre serait toutefois de trente, chiffre

encore très considérable et qui montre une fois de plus à quelles complications conduit cette merveilleuse faculté de combinaison du carbone.

» Quand on réfléchit à la difficulté que l'on a rencontrée pour distinguer entre eux les quatre premiers termes de la série des rosanilines, au point de les considérer soit comme identiques, soit comme isomères pendant près de vingt ans, on peut prévoir des difficultés encore plus grandes pour distinguer les termes supérieurs, et il y aura bien des cas où l'isomérie sera confondue avec l'identité. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un composé nouveau prenant naissance dans la préparation de l'hexachlorure de benzine.* Note de M. **J. Meunier**, présentée par M. Friedel.

« J'ai obtenu un corps de même composition centésimale que l'hexachlorure de benzine, en préparant celui-ci de la manière suivante :

» Un courant de chlore arrive dans de la benzine cristallisable débarrassée du thiophène, d'après la méthode de M. V. Meyer, par une ébullition de dix heures avec l'acide sulfurique concentré, et redistillée. Cette benzine est placée dans une cornue, exposée à la lumière et maintenue à l'ébullition. La cornue communique avec un récipient tubulé disposé verticalement, de façon à faire refluer la benzine et à condenser les produits solides entraînés, tout en permettant aux corps réagissants d'achever leur action réciproque. La transformation de la benzine n'est jamais intégrale, et l'opération peut être poursuivie jusqu'à ce que le thermomètre, plongé dans le liquide de la cornue, marque de 135° à 140°; on l'arrête alors et l'on verse ce liquide dans une capsule où il se prend par refroidissement en une masse blanche cristalline qu'on essore à la presse.

» Quand on soumet à la sublimation ce produit, et notamment ce qui s'est condensé dans le récipient, on obtient d'abord des lamelles, suivant les cas, larges ou aiguës; puis, vers la fin de l'opération, de petits cristaux octaédriques qui constituent la substance nouvelle.

» Les lamelles possèdent toutes les propriétés de l'hexachlorure de Mitscherlich; elles fondent à 157° et cristallisent dans les dissolvants en tables clinorhombiques décrites par Bodewig (*Groth's Zeitschrift,* t. III, p. 381).

» Les octaèdres, au contraire, ne fondent que vers 300°, en se volatilisant aussitôt d'une manière brusque; quand on réduit la pression à $0^m,10$, ils présentent ces mêmes phénomènes à 280°. Ils sont très solubles dans la benzine, moins solubles dans l'alcool, qui les laisse déposer en petits cris-

taux isolés et transparents. Ils sont sans action sur la lumière polarisée et appartiennent au système cubique ; j'ai observé les faces du cube, le tétraèdre et le tétraèdre pyramidé. La sublimation les groupe d'ordinaire en chapelets d'octaèdres ; elle m'a donné toutes ces formes et le plus souvent des faces creuses.

» Les propriétés chimiques des deux corps sont aussi fort distinctes, mais parallèles. L'hexachlorure ordinaire se décompose, aux températures supérieures à 300°, en acide chlorhydrique et en benzine trichlorée ; son homologue se décompose de même, en donnant de l'acide chlorhydrique et une benzine chlorée, ce qui le caractérise comme « produit d'addition » de la benzine.

» Cette même décomposition a lieu sous l'influence de la potasse alcoolique ; mais, tandis qu'une ébullition d'une heure suffit pour dédoubler le premier, il faut prolonger cette opération quatre ou cinq heures avec le second.

» Comme je n'avais qu'en petite quantité la benzine chlorée provenant du dédoublement de ce dernier, je n'ai pu la soumettre à la distillation et à l'analyse ; mais, en la plongeant dans un mélange réfrigérant à côté de la benzine trichlorée provenant de l'hexachlorure ordinaire, j'ai observé que ces deux produits se congèlent, se liquéfient, restent en surfusion en même temps et de la même manière. Bientôt je serai en mesure de lever tous les doutes à ce sujet.

» Voici, enfin, un fait qui établit une distinction essentielle entre les propriétés chimiques de ces deux corps : le cyanure de potassium, en solution alcoolique, dédouble l'hexachlorure ordinaire, tandis qu'il laisse intact son homologue. Ce fait a été le point de départ du procédé de séparation.

On emploie 3 parties de cyanure de potassium pour 4 d'hexachlorure, on en place le mélange pulvérisé avec sept ou huit fois son poids d'alcool dans un ballon muni d'un réfrigérant à reflux, et l'on chauffe au bain-marie pendant vingt-cinq ou trente heures. Au bout de ce temps, l'hexachlorure ordinaire est détruit ; on distille au bain-marie jusqu'à complet épuisement pour séparer l'alcool. La benzine trichlorée reste dans le ballon avec les résidus charbonneux ; il est avantageux de l'entraîner à la trompe, au moyen d'un courant de vapeur d'eau. Cela fait, on lave à l'eau la matière noirâtre dans laquelle on distingue les petits cristaux octaédriques, on la sèche et on la reprend par l'alcool bouillant. La solution alcoolique, en se refroidissant, laisse déposer ces mêmes cristaux,

qu'il est nécessaire de sublimer deux ou trois fois pour les débarrasser d'une poussière charbonneuse qu'ils renferment toujours après avoir cristallisé dans les dissolvants.

» Ainsi purifiés, ils ont donné à l'analyse les chiffres suivants :

	Calculé pour $C^6H^6Cl^6$ ou $(C^6H^6Cl^6)^n$.	Trouvé I.	II.	III.	IV.
C................	24,74	24,00	24,72	»	»
H................	2,06	2,55	2,55	»	»
Cl................	73,40	»	»	72,76	73,31

» L'hexachlorure ordinaire sublimé, fondant à 157°, m'a donné

C....................	24,46
H....................	2,25
Cl....................	»

» Certains faits, que je désire compléter avant de les publier, m'ont conduit à penser que ce nouveau produit n'est autre qu'un polymère de l'hexachlorure de benzine ([1]). »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la constitution du lait.* Note de M. **E. Duclaux**, présentée par M. Pasteur.

« Les idées que j'ai développées dans ma dernière Communication m'ont conduit à une nouvelle méthode d'analyse du lait, dans laquelle je remplace la recherche, vaine et illusoire à mon avis, des proportions d'albumine et de lactoprotéine, par le dosage de la portion de caséine filtrable au travers de la porcelaine, que je distinguerai désormais, sous le nom de *caséine dissoute,* de la *caséine en suspension* et de la *caséine colloïdale,* que le lait renferme aussi. Ces trois formes de la caséine mériteraient d'être étudiées séparément. Si je me borne au dosage de la caséine dissoute, c'est qu'elle est le terme auquel aboutissent les deux autres, et que ses variations traduisent toutes les transformations que subit le lait, soit dans la pratique industrielle, soit dans l'alimentation.

» Je la sépare de la caséine en suspension et de la caséine colloïdale en aspirant, au moyen du vide, le lait au travers de tubes de porcelaine fermés par un bout, ou encore de vases poreux de pile, choisis parmi les

([1]) Ce travail a été fait au laboratoire de Chimie de la Faculté des Sciences.

plus homogènes et les plus petits. Les vases plus grands, souvent fissurés, laissent passer des liquides de composition si variable, que Zahn, qui a le premier appliqué au lait ce mode de filtration, n'a pu tirer de ses expériences aucun enseignement précis. Avec mes tubes, j'obtiens des liquides parfaitement limpides, et toujours de même composition avec le même lait.

» Ces liquides sont étudiés, concurremment avec le lait, par des procédés simplifiés dont on trouvera le détail dans un Mémoire sur le lait, actuellement à l'impression pour les *Annales de l'Institut agronomique*. Il suffira de faire remarquer ici que la filtration sépare les éléments en suspension dans le lait, à savoir : la matière grasse, les deux premières variétés de caséine, et aussi, comme je le montrerai, une partie du phosphate de chaux, des éléments en solution vraie, à savoir : le sucre de lait, la caséine dissoute, le reste du phosphate de chaux et les autres sels minéraux.

» On pourra donc présenter les résultats de l'analyse comme le montre l'exemple suivant, qui se rapporte à un lait du Cantal, du 11 août :

	Éléments	
	en suspension.	en solution.
Matière grasse..........	3,32	»
Sucre de lait...........	»	4,98
Caséine...............	3,31	0,84
Phosphate de chaux......	0,22	0,14
Sels solubles...........	»	0,39
	6,75	6,35

» On voit que, pour ce lait, la caséine dissoute représentait le cinquième environ de la caséine totale. C'est un chiffre qui est rarement atteint. D'ordinaire, pour les laits du Cantal, les proportions de caséine dissoute varient entre 4 et 6^{gr} par litre.

» Elles se maintiennent, en outre, assez constantes, et, à l'inverse des solutions artificielles de caséine dont j'ai parlé dans ma dernière Communication, le lait est un édifice assez stable vis-à-vis de certaines influences. C'est ainsi que la proportion de caséine dissoute ne change pas sensiblement sous l'action du temps. Dans un lait vieux de trois ans, je l'ai trouvée à peu près normale.

» Elle ne varie guère non plus sous l'action de la chaleur. Il est vrai que l'ébullition précipite un peu de matière, puisqu'elle louchit le liquide filtré au travers de la porcelaine; mais ce précipité est d'un poids très faible

et se redissout peu à peu. L'effet de la chaleur est donc transitoire sur la caséine dissoute. Elle donne seulement de la cohésion au mélange des deux autres caséines, les fait passer de l'état muqueux à un état plus condensé; c'est ce dont on s'aperçoit très bien à l'aspect du dépôt qui recouvre, après filtration, les parois du tube de porcelaine. Avec le lait bouilli, ce dépôt est toujours plus résistant et moins volumineux qu'avec le lait naturel.

» Une très légère acidité fait passer à l'état solide une portion de la caséine colloïdale : une très légère alcalinité fait au contraire passer à l'état colloïdal une portion de la caséine solide; mais aucune de ces influences ne change sensiblement les proportions de caséine dissoute. Je montrerai, dans une prochaine Communication, qu'il en est de même pour la présure.

» La quantité de caséine dissoute dans un lait normal est donc assez stable. Il y a plus : elle semble indépendante de la nature du lait. Dans du lait de vache de diverses provenances, dans du lait de chèvre, d'ânesse et de femme, j'en ai trouvé des proportions très voisines.

» Il y a pourtant deux influences qui augmentent la quantité de caséine dissoute : l'une peu active, c'est l'addition de l'eau au lait; l'autre plus puissante, c'est l'intervention de la diastase que j'ai nommée *caséase* dans mes travaux antérieurs.

» Sous l'action de cette caséase, j'ai vu la proportion de caséine dissoute, qui était originairement de 0,61 pour 100, passer à 1,80 après huit heures, à 2,20 après vingt-quatre heures. A ce moment, il restait encore $\frac{1}{3}$ de la caséine totale à l'état colloïdal. Cette proportion est restée la même après vingt-quatre nouvelles heures. Un état d'équilibre était atteint qui aurait exigé, pour être détruit au profit de la caséine dissoute, soit un contact beaucoup plus long, soit une addition nouvelle de diastase.

» Il y a un moyen d'arriver plus vite à la solubilisation de la caséine totale, c'est d'ensemencer dans le lait des microbes producteurs de caséase, tels que ceux que j'ai décrits dans mon Mémoire sur le lait [1]. Ces êtres détruisent constamment l'état d'équilibre auquel j'ai fait allusion plus haut, en sécrétant sans cesse de la diastase nouvelle, en même temps qu'ils consomment et transforment, pour leurs besoins nutritifs, la caséine dissoute existant déjà. Cette sécrétion de diastase est, en effet, pour eux, un moyen de se préparer une substance alimentaire aux dépens de la caséine solide et de la caséine colloïdale, qui ne sont pas immédiatement utilisables dans l'état où elles existent dans le lait; et la digestion préalable que leur font

[1] *Annales de l'Institut agronomique*, t. IV, 1879-1880.

ainsi subir les microbes est identique, comme je l'ai montré, à celle que produit l'action du suc pancréatique des animaux supérieurs. »

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Sur la fonction pigmentaire des Hirudinées.* Note de M. **Rémy Saint-Loup**, présentée par M. de Quatrefages.

« Lorsqu'on étudie le développement de la Néphélis, on peut constater, lorsque l'intestin est formé, sa différenciation nette en quatre régions : une région œsophagienne, une région stomacale, une région intestinale, à parois plus épaisses et fortement colorées en jaune, et enfin une sorte de cloaque.

» Quand la jeune Néphélis a mangé, on voit apparaître sur toute la surface des trois dernières régions de petites granulations jaune brun d'abord assez espacées et qui, augmentant en nombre, finissent par former une sorte d'étui brun à ces régions du tube intestinal. Sur une coupe de l'animal on reconnaît que ces granulations ou sphérules brunes sont disposées sur les parois des vaisseaux capillaires qui viennent se mettre en contact avec l'épithélium intestinal, et dont le rôle est évidemment de permettre la pénétration dans le sang des matériaux digérés.

» Chez l'animal adulte, la tunique de sphérules jaune brun qui, chez les Sangsues, a été décrite sous les noms de *tunica cellulosa* par Knolz, de *tunica villosa* par Kuntzmann, s'éloigne de l'intestin et tapisse la face interne de la couche musculo-cutanée, tout en restant en rapport avec l'intestin par l'intermédiaire des vaisseaux fins dont elle revêt les parois.

» La substance de cette tunique est composée, comme le dit Braudt, d'une multitude de canaux intestiniformes enlacés, mais qui ne renferment pas de matière grenue et ne s'ouvrent pas dans l'intestin.

» Ray Lankester, à propos de son travail sur les capillaires intra-épithéliaux de la Sangsue médicinale, a reconnu les sphérules jaune brun sur les fins vaisseaux de la *tunica villosa*, et il remarque que dans l'intervalle des cellules columellaires de l'épithélium aboutissent les extrémités pigmentées des tissus fibro-vaseux. Il insiste sur l'identité du tissu fibro-vaseux et du tissu des vaisseaus capillaires. Ray Lankester décrit aussi les terminaisons en culs-de-sac de quelques-uns des capillaires revêtus de sphérules jaune brun.

» Mes propres recherches m'ont démontré la relation de continuité qui existe entre les sphérules jaune brun et les granulations pigmentaires. De nombreuses coupes faites sur des Néphélis, des Hirudo et des Aulastomes

m'ont permis d'admettre chez les Hirudinées l'existence d'une élimination des cellules jaune brun sous forme de substance pigmentaire, l'existence d'une fonction d'excrétion spéciale ou fonction pigmentaire.

» D'autres considérations appuient cette opinion et me conduisent à des conclusions plus générales.

» Chez l'Aulastome vorace, j'ai reconnu dans la région intestinale une *tunica villosa* constituée comme chez les Néphélis et les Sangsues, mais ici la substance colorante était plus foncée, presque noire. Dans les coupes de la région stomacale et œsophagienne, la *tunica* est moins vasculaire, les granulations sont plus noires encore, et dans la région céphalique il n'existe plus que la matière pigmentaire noire, qui s'étale en figures rameuses de plus en plus ténues à mesure qu'on approche de l'extrémité céphalique, et dont les derniers ramuscules se dispersent dans les couches épithéliales et dans le parenchyme du corps.

» Chez les Clepsines, les sphérules jaune brun sont distribuées dans le parenchyme mésodermique. Leydig les a figurées et décrites sous le nom de *cellules graisseuses*.

» Dans les coupes que j'ai faites, j'ai remarqué que les sphérules se fractionnent et deviennent de plus en plus petites et nombreuses à mesure qu'on les considère, des couches les plus profondes aux couches les plus extérieures, et que leur substance dans les couches cutanées se réduit à des granulations pigmentaires qui donnent à la peau sa coloration.

» La fonction pigmentaire existe encore ici; il me reste à examiner jusqu'à quel point on peut considérer les cellules jaune brun comme de nature hépatique.

» La *tunica villosa* de la Sangsue a été considérée jadis comme un foie, mais des discussions se sont engagées sans aboutir à des résultats positifs, et le champ est resté libre au combat des opinions.

» M. Camille Viguier a décrit chez la *Batracobdella Latastii* un renflement mûriforme qui enveloppe la région interposée entre l'œsophage et les premières poches gastriques et constitué par de petites sphérules de même nature que celles qui se trouvent sur les parois de la portion axile du tube digestif. Il considère cet ensemble comme un appareil hépatique plus localisé que la *tunica villosa*, mais de même nature.

» Chez les Annélides polychètes, comme l'*Arenicola piscatorum*, Cosmovici décrit et figure des vaisseaux capillaires terminés en cæcums et couverts d'une couche de cellules à granulations pigmentaires. Il compare ces culs-de-sac à ceux des petits vaisseaux de la Sangsue; sans se prononcer sur leur rôle, il combat l'idée qu'ils constituent des glandes.

» En présence de ces diverses opinions et des observations résultant de mes recherches personnelles, j'ai dû chercher quelles relations pouvaient exister entre la fonction pigmentaire et la fonction hépatique.

» Les mots *cœur, poumon, rein, foie* ont été imaginés pour désigner les parties de l'organisme des Vertébrés supérieurs. Or qu'est-ce que le foie d'un Vertébré supérieur? Une masse brune constituée d'un assemblage étroit de vaisseaux et de dépôts cellulaires. Du sang amené par la veine-porte des capillaires de l'intestin dépose dans la masse hépatique quelques-uns des principes qu'il contient, puis rentre par la veine sus-hépatique dans le torrent de la circulation.

» Ainsi considéré, le foie est l'organe d'une première fonction, le dépôt de certains des matériaux que contient le sang après qu'il a absorbé les produits de la digestion. Il est compliqué de conduits spéciaux, d'une vésicule biliaire, d'un appareil enfin qui conduira, en des points où ils seront utilisés ou excrétés, les produits de cette purgation du sang. C'est la deuxième fonction du foie.

» Or ces deux parties de l'appareil hépatique, au lieu d'être réunies, peuvent constituer deux organes distincts. Je verrais volontiers l'homologue de la première partie dans les amas de sphérules jaune brun qui tapissent les capillaires en contact avec l'intestin chez les Néphélis et dans les globules jaunes du parenchyme des Clepsines.

» Chez ces dernières, où le tube digestif est très ramifié et présente une grande surface d'échanges avec le liquide sanguin, les capillaires intestinaux n'existant plus, le foie ne présentera plus les mêmes rapports anatomiques assimilables à ceux que nous constatons chez les Vertébrés et chez les Sangsues, mais en certains points seront déposés les produits d'excrétion correspondants sous forme de sphérules jaunes.

» L'élimination n'est pas faite par des canaux biliaires, mais par les pigments. Quant à la fonction correspondant à la production de la bile, c'est-à-dire d'un liquide utilisé en partie dans la digestion, elle est localisée, chez les Vers que j'ai considérés, dans les parois mêmes de la partie intestinale du tube digestif.

» La différenciation de cette partie, le volume et la coloration des cellules qui la constituent, sont évidents chez les Néphélis jeunes et surtout chez les Clepsines, et les changements brusques de coloration des matières ingérées qui arrivent de la région gastrique témoignent de la puissance des modifications chimiques qu'elles subissent dans l'intestin.

» L'étude du développement du foie chez certains Invertébrés et chez les Vertébrés a montré qu'il se forme aux dépens des parois de l'intestin et

quelquefois qu'il tire son origine d'un diverticulum de l'intestin. Je pense qu'il est constitué en réalité non seulement de cette portion intestinale, mais encore de matériaux assimilables aux sphérules jaune brun des Hirudinées. A ce point de vue seulement, on peut étendre à la *tunica villosa* et aux organes homologues des Vers la dénomination de *foie*. »

ZOOLOGIE. — *Sur le développement des Comatules*. Note de M. **Edm. Perrier**, présentée par M. de Quatrefages.

« Pour arriver à une détermination rigoureuse des diverses parties qui constituent une Comatule adulte, nous avons cherché à établir, grâce à des matériaux que nous a obligeamment envoyés M. le Dr Viguier, professeur à l'Ecole supérieure des Sciences d'Alger, quelle est l'organisation de l'animal aux trois phases : 1° de *Cystidé;* 2° de *Pentacrine;* 3° de *Comatule* libre, mais non encore adulte.

» 1° A la fin de la phase de Cystidé, la jeune Comatule ne possède encore que des tentacules buccaux et pas de bras. Son tube digestif forme une demi-spire et présente un anus situé sur le côté du corps. Autour de la bouche existe un canal annulaire dans lequel viennent s'ouvrir les tentacules buccaux. Un tube court, recourbé en U, part du canal annulaire, traverse la paroi du corps, en changeant légèrement de structure et en se soudant aux tissus ambiants, puis s'ouvre à l'extérieur par un pore situé sur la paroi du corps. Ce tube a été comparé au canal hydrophore des Holothuries, lui-même considéré comme homologue de ce qu'on appelle le *canal du sable* chez les Oursins, les Astéries et Ophiures. Il sert incontestablement à introduire l'eau dans l'appareil tentaculaire, mais nous devons faire les plus expresses réserves sur son homologie avec le canal du sable des autres Échinodermes.

» Le pédoncule du jeune animal contient six cordons cellulaires : un central, cinq formant, autour du cordon central, les arêtes d'un prisme pentagonal dont il occuperait l'axe. Le cordon central se prolonge dans la partie renflée du corps, de manière à occuper l'axe de la spire formée par le tube digestif, et ses parois cellulaires s'épaississent de manière à former un corps ovoïde, dont les grandes cellules sont toujours, sur les coupes, disposées en deux rangées contiguës, de sorte que le corps ovoïde est plein. Ce corps est entouré d'une enveloppe fibreuse et vient se souder, à sa partie supérieure, à la paroi du pharynx. Il occupe exactement la même position, par rapport au tube disgestif, que le canal du sable des Oursins.

» Les cinq cordons qui enveloppent le canal axial se renflent légèrement à leur entrée dans le corps proprement dit ; une cavité apparaît dans leur région renflée : il en résulte la formation de cinq chambres qui sont la première trace de l'*organe cloisonné*. Des bourgeons cellulaires, partant du sommet de ces chambres, arrivent bientôt, en rampant le long des parois du corps, jusqu'au canal circumbuccal ; celui-ci forme un bourgeon au point de rencontre ; les deux bourgeons se portent alors vers l'extérieur : la paroi du corps leur forme une sorte de coiffe, et toutes ces parties, grandissant ensemble, finissent par constituer un bras. Les cinq bras n'apparaissent pas simultanément, mais successivement, et montrent encore de grandes différences de taille pendant presque toute la durée de la phase suivante. Leur croissance s'accomplit dès le début, comme nous l'avons indiqué dans notre Communication du 16 juillet.

» 2° La phase pentacrinoïde s'étend depuis l'apparition des bras jusqu'à la formation complète des cirrhes. A ce moment, par suite du développement des bras, la surface ovale de la larve, qui était tout d'abord entièrement occupée par l'anneau tentaculaire, s'est considérablement agrandie, et l'anus y a été transporté ; il s'ouvre désormais au sommet d'un tube spécial. Cette surface est découpée par les canaux tentaculaires qui se rendent aux bras en cinq secteurs. Sur chacun de ces secteurs se voit un orifice hydrophore semblable à l'orifice unique de la phase précédente. A chacun de ces cinq orifices correspond un tube hydrophore. Dans les coupes, ces cinq tubes paraissent se terminer par une extrémité libre dans la cavité générale, mais nous avons des raisons de penser que ces tubes sont normalement en continuité avec les cinq canaux qui traversent la paroi du corps pour aboutir aux cinq orifices hydrophores.

» Le corps ovoïde qui traversait l'axe de la cavité générale a maintenant l'aspect d'un double canal dont les deux parties semblent s'ouvrir dans le pharynx, point qui demande cependant encore quelques études. L'organe cloisonné a pris à très peu près sa forme définitive. A son niveau, du cordon pédonculaire central, on voit, chez les individus dont les bras sont encore peu développés, naître des bourgeons claviformes alternes avec ceux qui, des bras. Ces bourgeons, se dirigeant en bas et en dehors, atteignent bientôt les téguments. Ceux-ci se renflent et s'allongent au-dessus d'eux ; dès lors, ces diverses parties, croissant ensemble, finissent par constituer un cirrhe. Les cirrhes n'ont donc pas de véritable homologie avec les bras ; ils naissent du cordon central du pédoncule ; les bras, des cinq cordons périphériques. A cet âge, il n'y a aucune trace d'appareil vasculaire,

et l'organe axial conserve à très peu près la structure histologique de l'organe ovoïde de la phase précédente.

» 3° Au moment où la jeune Comatule se détache, le tube digestif a formé de nouveaux replis autour de l'organe axial. Les tubes hydrophores se sont considérablement multipliés, mais on observe les mêmes rapports entre eux et les canaux qui traversent la paroi du corps pour s'ouvrir à l'extérieur. L'organe axial a toujours la structure exclusivement cellulaire qu'il n'a cessé de présenter jusqu'ici, mais ses parois se recourbent intérieurement en lames enroulées qui rappellent d'assez près les dispositions du canal du sable des Etoiles de mer. Cet organe se termine inférieurement en un tube conique qui pénètre, en s'amincissant toujours, dans l'axe de l'organe cloisonné.

» Les trabécules de tissu conjonctif de la cavité générale sont très nombreux, et quelques-uns, qui viennent se rattacher à l'enveloppe de l'organe axial, pourraient être pris pour des vaisseaux; mais il n'existe rien que l'on puisse désigner sous ce nom. Parmi les vides qui existent entre ces trabécules, courent un petit nombre de cordons cellulaires pleins qui se rendent manifestement aux bras. Le tissu cellulaire qui enveloppe l'organe cloisonné est extrêmement épais et a tout l'aspect d'un tissu en voie de multiplication rapide. Ce tissu se prolonge au centre de l'axe calcaire des bras et présente déjà toutes les connexions, que nous avons précédemment décrites, avec le tissu musculaire et le tissu conjonctif des bras.

» En résumé, jusqu'à cet âge, les pores qui font communiquer la cavité générale avec l'extérieur peuvent être considérés comme les orifices de tubes hydrophores avec lesquels ils sont liés tout à la fois par leur nombre et leur position; ces tubes, homologues peut-être à ceux des Holothuries, ne correspondent nullement au canal du sable des autres Échinodermes; ce canal du sable paraît, au contraire, représenté par l'organe axial des Comatules, qui possède tout à la fois la structure du canal du sable des Astéries et la position de l'organe de même nom chez les Oursins. Cet organe est évidemment en rapport avec la nutrition des cirrhes, dont l'origine et la nature sont bien différentes de celles des bras.

» Nous discuterons la signification de ces faits en exposant l'organisation des Comatules mûres pour la reproduction. »

EMBRYOGÉNIE. — *Sur un organe placentoïde chez l'embryon des Oiseaux.* Note de M. MATHIAS DUVAL, présentée par M. Ch. Robin.

« Tous les embryologistes contemporains sont muets sur certains rapports que présente l'allantoïde des Oiseaux avec la masse d'albumine accumulée, dès le cinquième jour de l'incubation, vers le petit bout de l'œuf. Dutrochet (*Mémoires pour servir à l'histoire anatomique et physiologique des végétaux et des animaux*, t. II, p. 211) avait cependant signalé ce fait, que l'allantoïde s'étale sur toute l'étendue de la face interne de la coquille, à une époque où il reste encore beaucoup d'albumine, et que, par suite, cette albumine se trouve incluse dans une cavité circonscrite par la vésicule allantoïde ; mais il ne connaissait pas l'existence de la fente pleuro-péritonéale, séparant le filet fibro-cutané de la vésicule ombilicale d'avec son feuillet fibro-intestinal, et, par suite, il n'avait pas eu à se préoccuper de chercher comment l'allantoïde peut cesser de s'étendre dans cette fente, pour aller, en quittant la sphère vitelline, s'étendre autour de la masse albumineuse. Depuis Dutrochet, les embryologistes ne paraissent s'être occupé du poulet que comme introduction à l'embryologie des Mammifères, et ils ont admis, sans vérification, que l'allantoïde s'étendrait uniquement dans la fente pleuro-péritonéale, chez les Oiseaux comme chez les Mammifères, c'est-à-dire ne quitterait jamais la sphère vitelline. C'est la conclusion que formulent nettement Forster et Balfour dans leur Ouvrage, consacré cependant uniquement à l'embryologie du poulet (*Éléments d'Embryologie*, traduction française par E. Rochefort, 1877).

» Cependant le plus simple examen d'un œuf de poulet, au douzième jour de l'incubation, par dissection faite sous l'eau, montre nettement qu'à cette époque, l'embryon avec l'amnios occupant le gros bout de l'œuf, la partie moyenne de l'œuf est occupée par la vésicule ombilicale, et que le petit bout de l'œuf est occupé par une masse d'albumine épaisse et très visqueuse, incluse dans un sac très vasculaire formé par un prolongement de l'allantoïde.

» Des coupes faites sur des œufs de petite dimension (œufs de fauvette), à toutes les périodes de l'incubation, nous ont permis d'élucider le mode de formation et la signification de ce sac appendu à la partie inférieure de la vésicule ombilicale.

» L'allantoïde s'étend dans la fente pleuro-péritonéale jusqu'au niveau de l'équateur de la sphère vitelline; mais, dès qu'elle en atteint l'hémi-

sphère inférieur, elle cesse de s'étendre dans la fente pleuro-péritonéale; elle repousse devant elle le chorion (lame fibro-cutanée doublée de l'ectoderme) dont elle se revêt, se détache ainsi de la vésicule ombilicale, et se porte vers le petit bout de l'œuf, en suivant la face interne de la coquille. Le sac ainsi formé se ferme par un mécanisme analogue à celui que produit l'occlusion de l'amnios, et il est alors rempli par l'albumine autour de laquelle il s'est développé.

» La surface extérieure comme la surface intérieure de ce sac sont formées par le chorion. Or bientôt le chorion de la surface intérieure donne naissance à des villosités, longues et serrées les unes contre les autres, et qui plongent dans la masse d'albumine, à l'absorption de laquelle elles président. Ces villosités sont vasculaires, car elles sont pénétrées par les vaisseaux de l'allantoïde.

» Un organe d'absorption, formé de villosités choriales, avec vaisseaux allantoïdiens, ne saurait recevoir d'autre nom que celui de *placenta*. C'est pourquoi nous donnons le nom de *sac placentoïde* à l'organe que nous avons découvert dans les annexes de l'embryon d'Oiseau.

» Dans un prochain Mémoire nous décrirons, avec planches à l'appui, tous les détails de l'évolution de ce sac, lequel, après avoir présidé à l'absorption de toute l'albumine, se flétrit et s'atrophie, pour ne laisser que des restes méconnaissables au moment de l'éclosion. Il nous suffira, pour le moment, de signaler la signification générale des faits sus-indiqués, à savoir que les Oiseaux possèdent un organe annexe tout à fait comparable au placenta des Mammifères, et que nous trouvons ainsi, dans l'embryologie des annexes, de nouvelles formes de transition et de nouvelles affinités entre les Vertébrés allantoïdiens munis d'un placenta et ceux qui jusqu'à ce jour étaient considérés comme aplacentaires. Il est vrai que les villosités du placenta de l'Oiseau, au lieu de pénétrer dans le terrain maternel pour y puiser les sucs nutritifs, ainsi que cela a lieu chez les Mammifères, plongent dans l'albumine que les organes de la mère ont déposée, comme provision nutritive, dans l'espace que circonscrit la coquille de l'œuf. C'est là un fait d'adaptation spéciale aux circonstances particulières du développement de l'Oiseau; par suite, la présence de la coquille détermine le placenta à prendre la forme de sac avec villosités à la face interne, au lieu de s'étaler en surface avec villosités externes. Pour les mêmes raisons, si le placenta des Oiseaux est un organe d'absorption nutritive par sa surface intérieure, il est un organe d'échange respiratoire par sa surface extérieure, c'est-à-dire qu'ici se trouvent réparties, en deux régions différentes, les fonctions qui,

dans le placenta des Mammifères, s'accomplissent simultanément en un seul et même lieu. »

GÉOLOGIE. — *Origines et modes de formation des calcaires dévonien et carbonifère de la Belgique*. Note de M. É. Dupont, présentée par M. Hébert.

« En offrant à l'Académie un exemplaire de deux feuilles de la *Carte géologique de la Belgique*, levées par MM. Mourlon, Purves et moi-même, j'ai l'honneur de lui exposer sommairement les résultats de mes recherches sur les calcaires dévonien et carbonifère de ce territoire.

» Le calcaire dévonien s'étend concentriquement, dans les bassins primaires de Dinant et de Namur, autour des roches quartzeuses et schisteuses du dévonien inférieur. Le dévonien supérieur, formé de schistes, de psammites, de grès et de macigno, lui succède; puis vient le calcaire carbonifère, au centre duquel se présentent des bassins houillers d'étendues variées. Ces terrains ont subi, au commencement de la période secondaire, les effets d'un soulèvement qui a fortement contourné et fracturé leurs couches.

» J'ai signalé depuis longtemps la grande variété des roches calcareuses du calcaire carbonifère belge, et, dans sa partie moyenne, des exemples singuliers de distributions interrompues ou lacunes stratigraphiques. A plusieurs égards, l'étude détaillée de ce terrain paraissait inextricable.

» Nos calcaires dévoniens me mirent sur la voie du phénomène qui a donné naissance à ces conditions.

» Je fis des recherches sur la nature précise des variétés de ces calcaires, au moyen de préparations micrographiques en lames transparentes d'une surface de près de $0^{mq},25$; je pus ainsi reconnaître que ces calcaires sont constitués par des coraux, tantôt agglomérés, tantôt à l'état de débris triturés, absolument comme les calcaires actuels provenant des îles coralliennes de la mer du Sud. L'identité de constitution de ces roches actuelles et des calcaires dévoniens est frappante. Ceux-ci sont entourés de schistes, et, comme cela a lieu aujourd'hui, dès qu'apparaît l'élément argileux, les coraux disparaissent; et, de même aussi, ils ne pouvaient croître qu'à des profondeurs voisines de celles que leurs analogues exigent aujourd'hui.

» La démonstration directe en est fournie notamment par le calcaire carbonifère, où l'on peut reconstituer la disposition d'une ride sous-marine, à relief accidenté, dont l'une des protubérances porte seule une sorte de chapeau calcaire corallien.

» Enfin, ces calcaires dévoniens sont à leur tour disposés en barrières

frangeantes contre les anciennes côtes, dont elles sont séparées par des schistes contenant les mêmes mollusques, ainsi que M. Gosselet l'a établi, et entourant aussi ces barrières extérieurement. Il y a lieu d'en conclure que des chenaux existaient primitivement entre les récifs et la plage, et qu'ils furent comblés par les apports dans la mer de substances argileuses qui envasèrent les constructions coralliennes.

» De même, d'innombrables îlots coralliens, enfouis dans ces schistes, apparaissent dans le voisinage des récifs frangeants, et j'ai fait le levé de plusieurs d'entre eux, qui sont associés sous la forme d'anneau ébréché avec les caractères essentiels des atolls.

» M. H. Milne-Edwards, résumant, en 1860, les affinités zoologiques qu'il venait de définir entre les coralliaires anciens et actuels, prévoyait déjà qu'on reconnaîtrait un jour que les coraux paléozoïques avaient formé, sous nos latitudes, des bancs semblables à ceux des mers intertropicales.

» Les mêmes circonstances se retrouvent dans le calcaire carbonifère, mais avec des variantes telles, que son étude stratigraphique repose avant tout sur la recherche des origines multiples de ses roches calcareuses.

» Celles-ci se divisent tout d'abord en deux catégories : les calcaires stratifiés et les calcaires massifs.

» Les calcaires stratifiés ont des dispositions semblables aux dépôts de grès et de psammites dévoniens sur lesquels ils reposent, et il est aisé d'établir une succession chronologique dans la suite de leurs couches.

» Tout autres sont les conditions des calcaires massifs. Ils présentent l'allure des calcaires dévoniens ; on tente en vain de classer chronologiquement leurs éléments constitutifs.

» Les plaques minces dévoilèrent que ces deux catégories de calcaires répondent à des éléments de natures distinctes. Les calcaires massifs se montrent sous un aspect marbré, dû à des agglomérations de stromatoporoïdes analogues à ceux qui ont largement contribué à la formation des îlots dévoniens de marbre rouge. Ces organismes ont donc construit des roches semblables à nos calcaires coralliens de l'époque dévonienne, dont ils reproduisent en outre les dispositions en barrières ou en îlots détachés, suivant la proximité ou l'éloignement de la côte primitive.

» Au contraire, les calcaires stratifiés, étudiés sur des lames transparentes, se présentent sous des formes avant tout détritiques. Sous ce rapport, ils se répartissent à leur tour en deux groupes différents.

» Les uns sont formés presque exclusivement de débris de crinoïdes, dont l'accumulation a suffi à créer des amas de plus de 200^{m} d'épaisseur.

Ces débris sont disposés comme le sont les éléments des couches de sable et de gravier, et sont essentiellement sédimentaires.

» Lorsqu'on se rappelle que les crinoïdes peuvent vivre depuis des points assez voisins de la surface jusqu'à des profondeurs de 2000^{m} et plus, ainsi que les explorations du *Talisman* viennent encore de nous le révéler, et que ces organismes fragiles ne sont à aucun titre des constructeurs de récifs, on ne peut être surpris que les roches qu'ils ont produites par leurs débris aient des caractères si contrastants avec les calcaires dus à la croissance directe des stromatoporoïdes.

» L'autre groupe de calcaires stratifiés est aussi nettement sédimentaire. Observés par transparence, sur des plaques assez grandes pour montrer leurs agencements intimes, on les voit constitués par des grains amorphes de calcaire, par des débris variés d'organismes, surtout de coquilles, et par d'innombrables foraminifères. Ils sont compacts, grenus ou bréchiformes, souvent même oolithiques, comme les dépôts des plages calcareuses, que les naturalistes navigateurs ont désignés sous les noms de *boue*, de *sable* et de *conglomérat coralliques*, et dont ils attribuent l'origine à l'action destructive de la vague. De telles roches atteignent souvent une puissance considérable, jusqu'à 300^{m} et 400^{m}, en Condroz et dans l'Entre-Sambre-et-Meuse.

» Les roches du calcaire carbonifère se classent donc en calcaires construits et en calcaires sédimentaires, répondant à des origines et à des gisements différents.

» Tandis que les calcaires massifs sont des récifs édifiés suivant les lois qui règlent la formation des roches produites par les coraux constructeurs, les calcaires stratifiés sont de véritables dépôts, qui ont joué, vis-à-vis des précédents, principalement le rôle des matières terreuses auxquelles est dû l'envasement des récifs dévoniens. Ici, les matières de remplissage des chenaux et des fonds de mer sont des débris d'organismes ou des détritus de calcaires préexistants; là elles sont argileuses et d'apport extérieur. Aussi observe-t-on, dans les récifs carbonifères, entre les rangées frangeantes, des amas stratifiés de calcaire à crinoïdes et de calcaire amorphe, qui tiennent la place des amas de schistes entre les rangées frangeantes dévoniennes. Dans les deux cas, ces rangées étaient primitivement découpées en archipels, comme le sont les récifs frangeants de nos mers.

» L'origine corallienne des calcaires massifs révèle aussi la cause de leurs nombreuses lacunes stratigraphiques à distance de la côte. Les organismes constructeurs n'avaient, en effet, d'action que dans une étroite zone bathymétrique, voisine de la surface; là seulement pouvaient s'établir des

récifs. Dans les points plus profonds, que des perturbations mécaniques ont amenés ultérieurement au jour, les calcaires détritiques seuls se déposaient.

» Ainsi la formation des roches marines d'origine organique peut être expliquée aux époques primaires par les causes actuelles : nouvelle preuve de l'efficacité de la méthode comparative mise à l'usage de l'étude du passé de notre globe, et de la persistance des lois auxquelles les manifestations de la nature sont assujetties; la Géologie les a prises depuis longtemps pour guide dans ses recherches. »

HYDROLOGIE. — *Sur la variabilité de la concentration et de la composition des sources minérales.* Mémoire de M. A. Inostranzeff, présenté par M. Daubrée. (Extrait.)

« Il résulte d'une nombreuse série d'analyses que, dans trois localités différentes, le puits artésien de Saint-Pétersbourg, les sources de Drouskeniki (gouvernement de Grodno) et celles de Tzekhofzinsk (Pologne), on a pu constater des variations quotidiennes de concentration et de composition. »

M. C. Mallet adresse une Note relative à un nouveau procédé de fabrication des pavés en bois durci, pour le pavage des rues.

La séance est levée à 3 heures et demie. J. B.

ERRATA.

(Séance du 11 février 1884.)

Page 382, ligne 5, *au lieu de* Duverne, *lisez* Duvern.
» ligne 6, *au lieu de* Geoffe, *lisez* Geoff.
» ligne 27, *au lieu de* monstérienne, *lisez* moustérienne.
Page 383, ligne 16, *au lieu de* Pollas, *lisez* Pallas.